Ecuaciones Exponenciales (Parte A)

Una ecuación exponencial es aquella en la que la incógnita (generalmente x) aparece únicamente en los exponentes de una o más potencias. Donde b (la base) y k son números conocidos.

$$\boxed{b^x = k}$$

1) Un repaso Interesante - No te lo pierdas.

a) $x^0 + y^2 = 5$ — R: $y = 2$

$x^0 + y^2 = 5$	Ecuación dada.
$1 + y^2 = 5$	**Todo valor elevada a la cero es 1 (uno).**
$y^2 = 5 - 1$	Despejo.
$y = \sqrt{4}$	Despejo.
$y = 2$	Resuelvo.

b) $x^3 - x^0 = 26$ — R: $x = 3$

c) $\dfrac{(7^0 + 7^0)^{-2}}{(7+7)^0}$ — R: $x = \dfrac{1}{4}$

Recordar: Propiedad del Exponente Negativo o la Ley del Inverso que dice: Un exponente negativo no indica un número negativo, sino que indica que hay que cambiar el número de lugar en la fracción. Ver ejemplo a la derecha.

INVERSO $\dfrac{2^{-1}}{5^{-1}} \rightarrow \dfrac{5^{1}}{2^{1}}$

Dicho de otra forma: El exponente negativo hace que el número pase al otro lado de la fracción y el exponente pasará a ser positivo.

- Si está arriba (numerador), pasa abajo (denominador).
- Si está abajo (denominador), pasa arriba (Numerador).

d) $x^2 + x^2 = 32$ — Primero a la izquierda extraer factor común y luego despejar. — R: $x = 4$

e) $x^5 = 3^{10}$ — Primero despeja "x", y si se te complica simplificar, expresa todo como potencias y verás lo simple que resulta. — R: $x = 9$

f) $\sqrt{2x + 14} = 4$ — R: $x = 1$

$\sqrt{2x + 14} = 4$	Ecuación Planteada.
$\left(\sqrt{2x + 14}\right)^2 = (4)^2$	Elevo al cuadrado ambos miembros, así elimino la Raíz de la izquierda.
$2x + 14 = 16$	Resolvemos.
$2x = 16 - 14$	Despeje.
$x = \dfrac{2}{2}$	Despeje.
$x = 1$	Resultado.

g) $\sqrt{x+5} = 4$

Comienza elevando al cuadrado ambos miembros, luego despeja "x".

R: **x = 11**

h) $\sqrt{7+\sqrt{x}} = 4$

Comienza elevando al cuadrado ambos miembros de la ecuación, así eliminas primera Raíz de la izquierda.

R: **x = 81**

i) $\sqrt{\frac{1}{x}} + \sqrt{\frac{1}{x}} = 18$

R: $x = \frac{1}{81}$

$\sqrt{\frac{1}{x}} + \sqrt{\frac{1}{x}} = 18$	Ecuación Planteada.
$\sqrt{\frac{1}{x}} \cdot \left(1+1\right) = 18$	Extraigo factor común.
$2\sqrt{\frac{1}{x}} = 18$	Resuelvo paréntesis y solo por comodidad visual antepongo el 2 (dos), resultado del (1+1).
$\frac{1}{\sqrt{x}} = 9$	Resuelvo parte de la raíz y paso dividiendo el 2 (dos).
$\frac{1}{9} = \sqrt{x}$	Despejando "x".
$\left(\frac{1}{9}\right)^2 = x$	Despejando "x".
$\frac{1}{81} = x$	Resultado

j) $\sqrt{\frac{x}{2}} + \sqrt{\frac{x}{8}} = 6$

El alumno debe completar y finalizar el ejercicio.

R: **x = 32**

$\sqrt{\frac{x}{2}} + \sqrt{\frac{x}{8}} = 6$	Ecuación Planteada.
$\sqrt{\frac{x}{2}} + \sqrt{\frac{x \cdot 1}{2 \cdot 4}} = 6$	Separo el 8 (ocho) en dos de sus factores, para luego extraer una raíz como factor común en la parte derecha.
$\sqrt{\frac{x}{2}} + \sqrt{\frac{x}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} = 6$	Aplico propiedad de raíces, que dice: la raíz del producto es igual al producto de las raíces.
$\sqrt{\frac{x}{2}} \cdot \left(1+\frac{1}{2}\right) = 6$	Extraigo la raíz como un Factor común.
$\frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{x}{2}} = 6$	Resuelvo paréntesis y solo por comodidad visual antepongo el resultado numérico del paréntesis.

Despeja "x" y termina el ejercicio.

k) $\frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} = 1$

Si resuelves bien, no debes racionalizar.

R: **x = ¼**

l) $\sqrt{x}+\sqrt{3}=\sqrt{27}$ — R: $x = 12$

$\sqrt{x}+\sqrt{3}=\sqrt{27}$	Ecuación Planteada.
$\sqrt{x}+\sqrt{3}=\sqrt{9.3}$	Presta atención a la Parte derecha de la ecuación.
$\sqrt{x}+\sqrt{3}=\sqrt{9}.\sqrt{3}$	Presta atención a la Parte derecha de la ecuación.
$\sqrt{x}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$	Presta atención a la Parte derecha de la ecuación.
$\sqrt{x}=3\sqrt{3}-\sqrt{3}$	Presta atención a la Parte derecha de la ecuación. **Nota que** paso Raíz de tres al otro lado **(restando).**
$\sqrt{x}=\sqrt{3}(3-1)$	Extraigo factor común.
$\sqrt{x}=\sqrt{3}(2)$	Resuelvo paréntesis
$\sqrt{x}=2\sqrt{3}$	Solo por comodidad visual antepongo el resultado del paréntesis.
$x=(2\sqrt{3})^2$	Despejo "x"
$x = 4 . 3$	Elevo al cuadrado cada uno de los elementos contenidos en el paréntesis.
$x = 12$	Resuelvo y encuentro resultado.

m) $\sqrt{75}-\sqrt{48}$ — Entiéndelo bien, mas adelante lo usarás. — R: $\sqrt{3}$

$\sqrt{75}-\sqrt{48}$	Ejercicio Planteado.
75 | 3 25 | 5 5 | 5 1 | 48 | 2 24 | 2 12 | 2 6 | 2 3 | 3 1 |	Encuentros los Factores Primos de 75 y 48. Se hace para separa los valores de cada raíz en factores, que permita extraerlos de la raíz. Los agrupamos así: $75 = 3 . 5^2$ $48 = 2^2 . 2^2 . 3$
$\sqrt{25.3}-\sqrt{16.3}$	Escribo la ecuación, con los radicandos separados convenientemente
$\sqrt{25}\sqrt{3}-\sqrt{16}\sqrt{3}$	Aplico la propiedad de raíces que dice: La raíz de un producto es igual al producto de las raíces.
$5\sqrt{3}-4\sqrt{3}$	Resuelvo las Raíces que si puedo resolver.
$\sqrt{3}$	Simplemente resto.

2) Comenzando - Resolver los siguientes ejercicios.

Deberás realizar claramente todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

Ecuaciones Exponenciales https://youtu.be/XdaB464Gt4M?si=oTTuy7fqdxEsVYzm

a) $8^x = 4$ — R: $x = \frac{2}{3}$

$8^x = 4$	Ecuación dada.
$(2^3)^x = 2^2$	Expreso los valores como potencias de 2

	(dos).
$2^{3x} = 2^2$	Resuelvo la potencia de una potencia.
$3x = 2$	Como las bases son iguales, tomo los exponentes y formo una ecuación.
$x = \frac{2}{3}$	Despejo y queda resuelto. Encuentro valor de "x".

b) $4^x = 64$ — Expresa al 64 como una potencia de 4. — R: $x = 3$

c) $2^x - 8 = 0$ — Despeja el 8 y exprésalo como potencia de 2. — R: $x = 3$

d) $8^x = 1$ — El 1 (uno) se puede expresar como 8^0. — R: $x = 0$

e) $\frac{3^2 - 3^0}{3+1} + 2 = 64^x$ — R: $x = \frac{1}{3}$

f) $3^x + 3^0 = 10$ — R: $x = 2$

g) $16^x = 2^8$ — Expresa el 16^x como una potencia de 2 (dos) elevada a la "x", y luego aplicar la propiedad de potencia de una potencia. Entonces, podrás resolver — R: $x = 2$

h) $4^x = 1/16$ — **Recordar:** Propiedad del Exponente Negativo. — R: $x = -2$

$4^x = 1/16$	Ecuación planteada.
$(2^2)^x = 1/2^4$	Expresa el 4 y el 16 como potencias del 2.
$2^{2x} = 2^{-4}$	Igualo las bases, para poder igualar los exponentes.
$2x = -4$	Tomo los exponentes y formo la ecuación
$x = -2$	Resuelvo y queda solucionado

i) $4^x = \frac{1}{8}$ — R: $x = -\frac{3}{2}$

j) $3^x = \frac{1}{27}$ — R: $x = -3$

k) $8 \cdot 2^x = 1$ — A este ejercicio, puedes resolverlo de varias formas distintas. Aca se resuelven dos. — R: $x = -3$

Forma 1:	$8 \cdot 2^x = 1$	Ecuación dada.
	$2^3 \cdot 2^x = 2^0$	Expreso los valores como potencias de dos (2).
	$2^{x+3} = 2^0$	Resuelvo el producto de potencias de igual base.

	$x + 3 = 0$	Como las bases son iguales, tomo los exponentes y formo una ecuación.
	$x = -3$	Despejo y queda resuelto. Encuentro valor de "x".
Forma 2:	$8 \cdot 2^x = 1$	Ecuación dada.
	$2^x = \frac{1}{8}$	Despejo 2^x
	$2^x = 2^{-3}$	Expreso el 8 como potencia de 2 (dos) y lo pongo en el numerador,
	$x = -3$	Como las Bases son iguales, entonces igualo los exponentes

l) $4 \cdot 5^x = 100$ Recomendación, comienza despejando 5^x. R: $x = 2$

m) $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^{3x} = \frac{1}{256}$ R: $x = \frac{4}{3}$

$\left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^{3x} = \frac{1}{256}$	Ecuación dada.
$\left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot 3x} = \frac{1}{256}$	A la izquierda, aplico la propiedad "Potencia de potencia, multiplico los exponentes".
$\left(\frac{1}{2}\right)^{6x} = \frac{1}{256}$	
$\left(\frac{1}{2}\right)^{6x} = \frac{1^8}{2^8}$	A derecha, Debemos expresar el 256 en una potencia de 2. Buscamos cuántas veces se multiplica el 2 por sí mismo para llegar a 256: 2^8.
$\left(\frac{1}{2}\right)^{6x} = \left(\frac{1}{2}\right)^8$	Aplico propiedad de potencias.
$6x = 8$	Como las bases son iguales, tomo los exponentes y armo nueva ecuación, ya que también deben ser iguales.
$x = \frac{4}{3}$	Despejo "x" y encuentro el resultado.

n) $4^x = \sqrt{2}$ R: $x = \frac{1}{4}$

$4^x = \sqrt{2}$	Ecuación dada.
$(2^2)^x = (2)^{\frac{1}{2}}$	A la izquierda, escribo valor como una potencia de 2. A la Derecha, escribo la raíz como una potencia.
$2^{2x} = 2^{\frac{1}{2}}$	Por claridad, elimino los paréntesis, y evidencio que las bases son iguales
$2x = \frac{1}{2}$	Como las bases son iguales, tomo los exponentes y armo nueva ecuación, ya que también deben ser iguales.
$x = \frac{1}{4}$	Despejo y obtengo resultado

3) A pensar un poco - Resolver los siguientes ejercicios.

a) $2^x + 2^x = 1$ — R: $x = -1$

$2^x + 2^x = 1$	Ecuación dada.
$2^x\ (1 + 1) = 1$	A la derecha, extraigo factor común 2^x.
$2^x\ (2) = 1$	Resuelvo paréntesis.
$2^x = \frac{1}{2}$	Despejo 2^x.
$2^x = 2^{-1}$	A la derecha, aplico la "**Propiedad del Exponente Negativo**".
$x = -1$	Si las bases son iguales, los exponentes deben ser iguales. Entonces:

b) $2^x + 2^x = 16$ — R: $x = 3$

$2^x + 2^x = 16$	Ecuación dada.
$2^x\ (1 + 1) = 16$	A la derecha, extraigo factor común 2^x.
$2^x\ (2) = 16$	Resuelvo paréntesis.
$2^x = \frac{16}{2}$	Despejo 2^x.
$2^x = 8$	Resuelvo a la derecha
$2^x = 2^3$	Expreso el 8 como una potencia de 2
$x = 3$	Si las bases son iguales, entonces los exponentes deben ser iguales.

c) $2^x + 2^x = 2$ — R: $x = 0$

d) $16^x + 16^x = 1$ — R: $x = -¼$

$16^x + 16^x = 1$	Ecuación Dada.
$16^x.(1+1) = 1$	Factor común
$2 \,.\, 16^x = 1$	Resuelvo (1+1)
$2^1 \,.\, (2^4)^x = 2^0$	Expreso todo como potencias de 2.
$2^1 \,.\, 2^{4x} = 2^0$	Resuelvo la potencia de Potencia.
$2^{4x+1} = 2^0$	Aplico el producto de potencias de igual base
$4x + 1 = 0$	Se extraen los exponentes y planteo la igualdad.
$x = -\frac{1}{4}$	Despejo "x" y la ecuación queda resuelta

e) $4^x + 4^x = 4$ — R: $x = ½$

f) $5^x + 5^x = 50$ — R: $x = 2$

g) $3^x + 3^x + 3^x = 1$ **Y más de lo mismo..** R: $x = -1$

h) $4^{x-1} = 64$ Resolvemos Paso a Paso R: $x = 4$

Recordar: En el producto de potencias de igual base, los exponentes se suman. Entonces si encontramos la suma o resta de exponentes, es porque antes había que multiplicar las bases.

$4^{x-1} = 64$	**Ecuación dada**
$4^x . 4^{-1} = 64$	Propiedad: Producto de potencias de igual grado se suman exponentes.
$\frac{4^x}{4} = 64$	Exponente negativo cambia del numerador al denominador. En otras palabras, aplico la "**Propiedad del Exponente Negativo**".
$4^x = 64 . 4$	Despejo: el 4 esta dividiendo y pasa multiplicando
$4^x = 256$	Multiplico los valores de la derecha
$4^x = 4^4$	Expreso el 256 como 4^4. Entonces, si las bases son iguales, los exponentes deben ser iguales. Debo igualar los exponentes.
$x = 4$	Por deducción x = 4

i) $5^{x+1} = 125$ Expresa el 125 como una potencia de 5 R: $x = 2$

j) $5^{x-3} = 1$ Recuerda que 1 (uno) puede expresarse como 5^0. R: $x = 3$

k) $3^{x+1} = 27$ R: $x = 2$

l) $3^{x+1} + 3^x = 108$ R: $x = 3$

m) $3^x - 3^{x-1} = 18$ R: $x = 3$

n) $4^{3x} + 3 = 7$ R: $x = \frac{1}{3}$

$4^{3x} + 3 = 7$	Ecuación Planteada.
$4^{3x} = 7 - 3$	Despejo 4^{3x}.
$4^{3x} = 4$	Resuelvo y...
$4^{3x} = 4^1$	4 es igual a 4^1
$3x = 1$	Como las bases son iguales, entonces los exponentes deben ser iguales. Entonces expreso igualdad con los exponentes....
$x = \frac{1}{3}$	Despejo y encuentro Valor de "x"

o) $\frac{3^{3x}}{3^2} = 3$ R: $x = 1$

p) $\dfrac{\left(8^{8}\right)^{0}}{\left(8^{0}\right)^{8}} = 2^{2x-5}$

Resuelve la parte izquierda y exprésala como potencia de 2 (dos). Ahora podrás armar la ecuación con los exponentes

R: $x = \dfrac{5}{2}$

4) Con variable en ambos lados de la igualación.

a) $16^{x} = 8^{x+1}$

Expresa el 16 y el 8 como potencias del 2

R: $x = 3$

b) $2^{x+3} + 2^{x+6} = 9$

Acá deberemos pensar un poco.

R: $x = -3$

$2^{x+3} + 2^{x+6} = 9$	Ecuación dada.
$2^{x+3} + 2^{x+3} \cdot 2^{3} = 9$	Presta atención. **Si no entiendes pregunta.**
$2^{x+3} + 2^{x+3} \cdot 8 = 9$	Resuelvo 2^{3}.
$2^{x+3}\,(1 + 8) = 9$	Extraigo factor común 2^{x+3} .
$2^{x+3}\,(9) = 9$	Resuelvo paréntesis.
$2^{x+3} = \dfrac{9}{9}$	Despejo 2^{x+3}.
$2^{x+3} = 1$	Resuelvo.
$2^{x+3} = 2^{0}$	Recuerda que 2^{0} es igual a 1
$x + 3 = 0$	Como las bases son iguales, entonces los exponentes deben ser iguales. Entonces expreso igualdad con los exponentes....
$x = -3$	Despejo x y llego al resultado.

c) $5^{x+2} = 3^{x+2}$

Analiza detenidamente.

R: $x = -2$

$5^{x+2} = 3^{x+2}$	Ecuación dada.
$5^{x} \cdot 5^{2} = 3^{x} \cdot 3^{2}$	
$\dfrac{5^{x}}{3^{x}} = \dfrac{3^{2}}{5^{2}}$	
$\left(\dfrac{5}{3}\right)^{x} = \left(\dfrac{3}{5}\right)^{2}$	Para que las bases sean iguales, debo invertir la Fracción. Para esto aplico la "Propiedad del Exponente Negativo"
$\left(\dfrac{5}{3}\right)^{x} = \left(\dfrac{5}{3}\right)^{-2}$	Ahora que las bases son iguales, los exponentes deben ser iguales. Entonces expreso igualdad con los exponentes....
$x = -2$	

d) $100^{x} + 50^{x} = 2^{x} + 1$

R: $x = 0$

$100^{x} + 50^{x} = 2^{x} + 1$ Ecuación Dada.

Acá repasemos una propiedad de la potenciación, que se puede resumir así: Cuando realizo el producto de dos potencias con igual exponente, el resultado será el producto de la bases con el mismo exponente.

$3^{2} \cdot 2^{2} = (3.2)^{2} = (6)^{2} = 36$ **o resuelto de otra forma**: $3^{2} \cdot 2^{2} = 9 \cdot 4 = 36$

Escribe junto con el ejercicio, que propiedades de las que ya sabias se aplicaron para poder expresar lo escrito?

$2^{x} \cdot 50^{x} + 50^{x} = 2^{x} + 1$	Aplicando la propiedad mas arriba escrita, descompongo el 100^{x}

$50^x\,(2^x + 1) = 2^x + 1$	En la parte izquierda, saco factor común 50^x
$50^x = \dfrac{(2^x + 1)}{(2^x + 1)}$	Despejo 50^x y paso dividiendo $(2^x + 1)$
$50^x = 1$	Simplifico a la derecha los factores idénticos.
$50^x = 50^0$	Expreso el 1 como $\mathbf{50^0}$, ya que cualquier valor elevado a la cero es igual a 1.
$x = 0$	Y ahora como ya hemos resuelto anteriormente, para cumplir la igualdad, si las bases son iguales, entonces los exponentes deben ser iguales. Armo la ecuación con los exponente, quedando ya resuelta.

e) $2^x \,.\, 3^x = 36^{x-1}$ Ejemplo con Repaso — R: $x = 2$

Acá repasemos una propiedad de la potenciación, si bien ya la vimos en un ejercicio anterior, acá la repasamos específicamente para este: Cuando realizo el producto de dos potencias con igual exponente, el resultado será el producto de la bases con el mismo exponente.

$3^x .\, 2^x = (3.2)^x = 6^x$

Escribe junto con el ejercicio, que propiedades de las que ya sabias se aplicaron para poder expresar lo escrito?

$2^x \,.\, 3^x = 36^{x-1}$	Ecuación Dada.
$(\,2\,.\,3\,)^x = (6^2)^{x-1}$	Izquierda: Agrupo elementos con igual exponente. Derecha: expreso el 36 como una potencia de 6
$6^x = 6^{2x-2}$	Izquierda: Resuelvo multiplicación del paréntesis. Derecha: Resuelvo la Potencia de una Potencia
$x = 2x - 2$	Ahora que las bases son iguales, los exponentes deben ser iguales. Entonces expreso igualdad con los exponentes....
$2 = 2x - x$	Despejo.
$2 = x$	Resuelvo y encuentro resultado.

f) $2^{x-2} = 32^x$ Comienza por expresar el 32 como potencia de 2 — R: $x = -\dfrac{1}{2}$

g) $2^{m+1} + 2^{m-1} = 20$ — R: $x = 3$

$2^{m+1} + 2^{m-1} = 20$	Ecuación dada.
$2^m \,.\, 2^1 + 2^m \,.\, 2^{-1} = 20$	Aplico (al revés) la propiedad que dice: el producto de potencias de igual base.... Piensa: 2^{-1} es 1/2.
$2^m\,(2 + 1/2) = 20$	Extraigo factor común $\mathbf{2^m}$.
$2^m .\, \dfrac{5}{2} = 20$	Resuelvo paréntesis.
$2^m = \dfrac{20\,.\,2}{5}$	Paso el 5 dividiendo y el 2 multiplicando y.....
$2^m = 8$	Resuelvo.
$2^m = 2^3$	Expreso el 8 como una potencia de 2.
$m = 3$	Como las bases son iguales, entonces los exponentes son iguales.

h) $4^{x-4} = 3^{x-4}$ — R: $x = 4$

i) $\left(\frac{4}{5}\right)^{x} = \frac{25}{16}$

R: **x = -2**

$\left(\frac{4}{5}\right)^{x} = \frac{25}{16}$	Ecuación Planteada.
$\frac{4^x}{5^x} = \frac{25}{16}$	Aplico propiedad de ponencias, eliminando el paréntesis.
$16 \,.\, 4^x = 25 \,.\, 5^x$	Agrupo múltiplos de 4 a la izquierda, y los múltiplos de 5 a la derecha.
$4^2 \,.\, 4^x = 5^2 \,.\, 5^x$	Expreso los números como potencias
Termina el ejercicio	Aplico en ambas partes de la igualdad, la propiedad del producto de potencias de igual base.

j) $\frac{16^{x+2}}{64^{2x+1}} = 256$

R: $x = -\frac{3}{4}$

$\frac{16^{x+2}}{64^{2x+1}} = 256$	Ecuación Planteada.
$\frac{\left(2^4\right)^{x+2}}{\left(2^6\right)^{2x+1}} = 2^8$	Expreso todos los números como potencias de 2.
$\frac{2^{4x+8}}{2^{12x+6}} = 2^8$	Resuelvo las potencias de una potencia, en el numerador y denominador.
$2^{4x+8} \,.\, 2^{-(12x+6)} = 2^8$	Levo el denominador al Numerador. Recuerda la Propiedad del Exponente Negativo. Atención a los signos.
$2^{(4x-12x+8-6)} = 2^8$	Aplico la propiedad del producto de potencias de igual base, por lo tanto solo debo sumar los exponentes (suma de dos polinomios. Atención a los signos al sumar los polinomios
$2^{-8x+2} = 2^8$	Resuelvo suma de polinomios, simplificando la expresión. Ahora que las bases son iguales, los exponentes deben ser iguales. Entonces....
$-8x + 2 = 8$	Expreso igualdad con los exponentes.
$-8x = 8 - 2$	Despejo "x".
$-8x = 6$	Despejo "x".
$x = -\frac{3}{4}$	Resultado.

k) $\left(\frac{1}{4}\right)^{x+2} = 16$

R: **x = - 4**

l) $\left(\frac{5}{4}\right)^{x-2} = \frac{16}{25}$

R: **x = 0**

m) $16^{x-1} = 8^{2x-3}$ — Expresa las bases como potencias de 2 (dos) y ya podrás expresar la igualación de los exponentes. R: $x = \frac{5}{2}$

Ecuaciones Exponenciales (Parte B)

Recuerda que, una ecuación exponencial es aquella en la que la incógnita (generalmente x) aparece únicamente en los exponentes de una o más potencias. Donde b (la base) y k son números conocidos.

$$\boxed{b^x = k}$$

5) Resolver los siguientes ejercicios. Y ahora con Raíces.!!

Deberás realizar claramente todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.
Ecuaciones Exponenciales https://youtu.be/XdaB464Gt4M?si=oTTuy7fqdxEsVYzm

a) $4^x = \sqrt{8}$ — R: $x = \frac{3}{4}$

$4^x = \sqrt{8}$	Ecuación Propuesta.
$\left(2^2\right)^x = \left(2^3\right)^{\frac{1}{2}}$	Expresamos en 4 y el 8 como potencias de 2 (dos).
$2^{2x} = 2^{\frac{3}{2}}$	Aplicamos la propiedad de la potencia de una potencia.
$2x = \frac{3}{2}$	Para cumplir la igualdad, si las bases son iguales, entonces los exponentes deben ser iguales. Armo la ecuación con los exponentes.
$x = \frac{3}{4}$	Despego "x" y resuelvo.

b) $3\sqrt{3^x} = 81$ — R: $x = 6$

$3\sqrt{3^x} = 81$	Ecuación dada.
$\sqrt{3^x} = \frac{81}{3}$	Paso el 3 dividiendo
$\sqrt{3^x} = 27$	Divido
$\left(3^x\right)^{\frac{1}{2}} = 3^3$	Expreso la raíz como potencia y el 27 como potencia de 3.
$3^{\frac{x}{2}} = 3^3$	Aplico propiedad de la potencia de una potencia
$\frac{x}{2} = 3$	Para cumplir la igualdad, si las bases son iguales, entonces los exponentes deben ser iguales. Armo la ecuación con los exponentes.
$x = 6$	Despejo y resultado.

c) $4 = \frac{\sqrt[x]{32}}{\sqrt{2}}$ — Puedes resolver este ejercicio de varias formas, acá te muestro 2 (dos). Analízalas. R: $x = 2$

Forma 1:	$4 = \dfrac{\sqrt[x]{32}}{\sqrt{2}}$	Ecuación Planteada.
	$4\sqrt{2} = \sqrt[x]{32}$	Despejo.
	$\sqrt{2\,.\,16} = \sqrt[x]{32}$	Introduzco el 4 en la raíz como 4^2.
	$\sqrt{32} = \sqrt[x]{32}$	Los argumentos de las raíces son iguales, entonces, para que se cumpla la igualdad los índices de las raíces deben ser iguales.
	$2 = x$	Resultado.

Forma 2:	$4 = \dfrac{\sqrt[x]{32}}{\sqrt{2}}$	Ecuación Planteada.
	$4 = 32^{\frac{1}{x}}\,.\,2^{-\frac{1}{2}}$	Expreso las raíces como potencias.
	$2^2 = \left(2^5\right)^{\frac{1}{x}}\,.\,2^{-\frac{1}{2}}$	Se transforman los valores como potencias de 2 (dos).
	$2^2 = 2^{\frac{5}{x}}\,.\,2^{-\frac{1}{2}}$	Aplico propiedades.
	$2^2 = 2^{\frac{10-x}{2x}}$	Resuelvo a la derecha, el producto de potencias de igual base.
	$2 = \dfrac{10-x}{2x}$	Para cumplir la igualdad, si las bases son iguales, entonces los exponentes deben ser iguales. Armo la ecuación con los exponentes.
	$2x\,.\,2 = 10 - x$	Despejo.
	$4x = 10 - x$	Despejo.
	$4x + x = 10$	Despejo.
	$5x = 10$	Despejo.
	$x = 2$	Resultado.

d) $\sqrt[x]{5^4} = \sqrt[4]{5^3}$

R: $x = \dfrac{16}{3}$

$\sqrt[x]{5^4} = \sqrt[4]{5^3}$	Ecuación dada.
$5^{\frac{4}{x}} = 5^{\frac{3}{4}}$	Expreso raíces como potencias con exponente fraccionario.
$\dfrac{4}{x} = \dfrac{3}{4}$	Como las bases son iguales igualo los exponentes
$x = \dfrac{16}{3}$	Despejo "x" y encuentro su valor.

e) $3^{\sqrt{x}} + 3^{\sqrt{x}} + 3^{\sqrt{x}} = 9^x$

Este Viene con Sorpresa, 2 (dos) Resultados, pero solo uno es correcto. Cual es?

R: $x_1 = 1$; $x_2 = \dfrac{1}{4}$

$3^{\sqrt{x}} + 3^{\sqrt{x}} + 3^{\sqrt{x}} = 9^x$	Ecuación Planteada.
$3^{\sqrt{x}}\,(1 + 1 + 1) = 9^x$	Extraigo el factor común a la izquierda.

$3^{\sqrt{x}}\left(3^{1}\right)=9^{x}$	Resuelvo el Paréntesis, y muestro el exponente del resultado
$3^{\sqrt{x}+1}=9^{x}$	A la izquierda, aplico la propiedad del producto de potencias con igual base.
$3^{\sqrt{x}+1}=\left(3^{2}\right)^{x}$	Transformo la parte derecha como una potencia de 3.
$3^{\sqrt{x}+1}=3^{2x}$	Resuelvo.
$\sqrt{x}+1=2x$	Siendo las Bases iguales, expreso los exponentes como una igualdad. Comienzo a resolver esta nueva ecuación.
$\sqrt{x}=2x-1$	Paso el 1 (uno) al otro lado del signo igual.
$\left(\sqrt{x}\right)^{2}=\left(2x-1\right)^{2}$	Elevo al cuadrado ambos miembros de la igualdad y desarrollo el binomio al cuadrado de la parte derecha..
$x=4x^{2}-4x+1$	Resuelvo ambos miembros.
$0=4x^{2}-5x+1$	Paso la "x" al otro lado del signo igual. Para calcular las raíces. Recuerda Cuando buscamos las raíces (solución de la ecuación), siempre igualamos la ecuación a cero
Y Ahora! $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}$	SI.. Usamos Fórmula de Bhaskara!
$x_1=1$ $\quad x_2=\dfrac{1}{4}$	Y encontramos los dos posibles valores que puede tomar "x" para satisfacer la igualdad planteada en el ejercicio original.

Siempre que encuentres más de un valor, debes verificar, es posible que alguno de los resultados no sea valido al sustituirlo en la ecuación Planteada. En este caso, descartamos ¼. Verifícalo.

f) $2^{x^{2}-9}-1=0$ Este también tiene Sorpresa.!

R: $x_1=3$ $\quad x_2=-3$

$2^{x^{2}-9}-1=0$	Ecuación Planteada.
$2^{x^{2}-9}=1$	Analizar.
$2^{x^{2}-9}=2^{0}$	Siendo las Bases iguales, ya puedes expresar los exponentes como una igualdad. Resolver y termina el ejercicio.

Siempre que encuentres más de un valor, debes verificar, es posible que alguno de los resultados no sea valido al sustituirlo en la ecuación Planteada. En este caso, ambos son validos. Por que?.

g) $\sqrt[20]{\dfrac{100^{x}}{10^{10}}}=10$

R: $x=15$

$\sqrt[20]{\dfrac{100^{x}}{10^{10}}}=10$	Ecuación Planteada.

$\left(\dfrac{100^x}{10^{10}}\right)^{\frac{1}{20}} = 10^1$	Expreso la raíz como potencia.
$\left(10^{2x} \cdot 10^{-10}\right)^{\frac{1}{20}} = 10^1$	Transformo 100^x => $((10)^2)^x$ $(10)^{2x}$ $\mathbf{10^{2x}}$
$\left(10^{2x-10}\right)^{\frac{1}{20}} = 10^1$	Propiedad del producto de potencias de igual base.
$(10)^{\frac{2x-10}{20}} = 10^1$	Propiedad de potencia de una potencia
$10^{\frac{x-5}{10}} = 10^1$	Simplifico exponente de la izquierda
$\dfrac{x-5}{10} = 1$	Para cumplir la igualdad, si las bases son iguales, entonces los exponentes deben ser iguales. Armo la ecuación con los exponentes.
$\mathbf{x - 5 = 10}$	Despejo.
$\mathbf{x = 10 + 5}$	Despejo.
$\mathbf{x = 15}$	Resultado.

h) $2^x - \sqrt{8} = 0$

Comienza despejando 2^x, el resto debería ser fácil.

R: $x = \dfrac{3}{2}$

i) $\sqrt{16^{16}} = 2^x$

Expresa la parte izquierda como potencias de 2 (dos), el resto debería ser fácil.

R: **x = 32**

j) $4 = \dfrac{\sqrt[x]{32}}{\sqrt[x]{2}}$

Puedes resolver este ejercicio de varias formas, acá te muestro 2 (dos). Analízalas.

R: **x = 2**

Forma 1:		
	$4 = \dfrac{\sqrt[x]{32}}{\sqrt[x]{2}}$	Ecuación planteada.
	$4 = \sqrt[x]{\dfrac{32}{2}}$	
	$4 = \sqrt[x]{16}$	
	$2^2 = 2^{\frac{4}{x}}$	
	$2 = \dfrac{4}{x}$	Para cumplir la igualdad, si las bases son iguales, entonces los exponentes deben ser iguales. Armo la ecuación con los exponentes.
	$x = \dfrac{4}{2}$	Despejo.
	$\mathbf{x = 2}$	Resultado

Forma 2:		
	$4 = \dfrac{\sqrt[x]{32}}{\sqrt[x]{2}}$	Ecuación planteada.
	$4 \cdot \sqrt[x]{2} = \sqrt[x]{32}$	

$2^2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{x}}$	Expreso todo como potencia de 2.
$2^{\frac{5}{2}} = 2^{\frac{5}{x}}$	Multiplico las potencias de igual base de la izquierda.
$\frac{5}{2} = \frac{5}{x}$	Para cumplir la igualdad, si las bases son iguales, entonces los exponentes deben ser iguales. Armo la ecuación con los exponentes.
$x = 2$	Despejo y encuentro resultado.

k) $2^x = \dfrac{\sqrt[x]{32}}{\sqrt{2}}$

El alumno debe terminar el ejercicio.

R: **$x = 2$**

$2^x = \dfrac{\sqrt[x]{32}}{\sqrt{2}}$	Ecuación Planteada.
$2^x \cdot \sqrt{2} = \sqrt[x]{32}$	
$\sqrt{2 \cdot 2^{2x}} = 2^{\frac{5}{x}}$	A la izquierda. Introduzco 2^x dentro de la raíz. y a la derecha expreso como potencia de 2 (dos)
$\left(2^{2x+1}\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{x}}$	A la izquierda. Resuelvo el productos de dos potencias de igual base, y expreso la raíz como potencia.
$2^{x+\frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{x}}$	Resuelvo, y quedan las bases de ambos miembros iguales. Ahora para satisfacer la igualdad, los exponentes deben ser iguales. Se puede expresar la igualdad.

Con los exponentes, escribe la nueva igualdad y resuelve. Termina el ejercicio.

l) $\sqrt{8^x} = \sqrt{16}$

Expresa las raíces como potencias y los números como potencias de 2.

R: $x = \dfrac{4}{3}$

m) $27^{\frac{1}{x}} = 81$

Comienza expresando los números de ambos lados del signo igual como potencias de 3.

R: $x = \dfrac{3}{4}$

n) $4\sqrt{2^{x-2}} + 2^{\frac{x}{2}} = 48$

R: **$x = 8$**

$4\sqrt{2^{x-2}} + 2^{\frac{x}{2}} = 48$	Ecuación Planteada.
$4\sqrt{2^x \cdot 2^{-2}} + 2^{\frac{x}{2}} = 48$	Analiza acciones en la raíz.
$4\sqrt{\dfrac{2^x}{2^2}} + 2^{\frac{x}{2}} = 48$	Analiza acciones en la raíz.
$4\left(\dfrac{2^x}{2^2}\right)^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{x}{2}} = 48$	Analiza acciones en la raíz.

$4 \cdot \dfrac{2^{2^{\frac{x}{2}}}}{2} + 2^{\frac{x}{2}} = 48$	Analiza acciones en la raíz.
$\dfrac{\cancel{4}.\,2^{\frac{x}{2}}}{\cancel{2}} + 2^{\frac{x}{2}} = 48$	Multiplico el 4 con el primer miembro de la ecuación (lo que queda después de simplificar la raíz). Luego simplifico el 4 con el 2.
$2\,.\,2^{\frac{x}{2}} + 2^{\frac{x}{2}} = 48$	Atento que desde acá es muy fácil.
$2^{\frac{x}{2}}.(2+1) = 48$	Factor común.
$3\,.\,2^{\frac{x}{2}} = 48$	Resuelvo paréntesis y solo por comodidad visual antepongo el 3 (tres).
$2^{\frac{x}{2}} = \dfrac{48}{3}$	El 3 (tres) pasa dividiendo.
$2^{\frac{x}{2}} = 16$	Resuelvo
$2^{\frac{x}{2}} = 2^4$	Escribo el 16 como potencia de 2 y quedan las bases de ambos miembros iguales.
$\dfrac{x}{2} = 4$	Ahora para satisfacer la igualdad, los exponentes deben ser iguales. Se puede expresar la nueva igualdad.
$x = 8$	Resultado

o) $2^{x-1} = \sqrt{16^x}$

R: **x = -1**

p) $4^{\frac{3x}{2}} = \dfrac{\sqrt{8^x}}{4}$

R: $x = -\dfrac{4}{3}$

$4^{\frac{3x}{2}} = \dfrac{\sqrt{8^x}}{4}$	Ecuación Planteada.
$\left(2^2\right)^{\frac{3x}{2}} = \dfrac{\left(2^{3x}\right)^{\frac{1}{2}}}{2^2}$	Acá solo hemos escrito todos los valores como potencias de 2 (dos) y la raíz cuadrada como potencia
$2^{3x} = 2^{\frac{3x}{2}} \cdot 2^{-2}$	Resolvemos las potencias de potencias y a la derecha. subimos al numerador el denominador.
$2^{3x} = 2^{\frac{3x}{2}-2}$	Mira a la derecha. Resolvemos el producto de potencias de igual base.

En este punto hemos expresar las bases de ambos miembros iguales. Ahora para satisfacer la igualdad, los exponentes deben ser iguales. Expresa la nueva igualdad y termina el ejercicio.

q) $\left(\sqrt{75} - \sqrt{48}\right)^x = 9$

R: **x = 4**

$\left(\sqrt{75}-\sqrt{48}\right)^{x}=9$	Ecuación Planteada.
$\sqrt{75}-\sqrt{48}=9^{\frac{1}{x}}$	
$\begin{array}{r\|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$ $\quad\quad$ $\begin{array}{r\|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$	Encuentros los Factores Primos de 75 y 48. Se hace para separa los valores de cada raíz en factores, que permita extraerlos de la raíz. Los agrupamos así: **75 = 25 . 3 $\quad$ 48 = 16 . 3**
$\sqrt{25.3}-\sqrt{16.3}=9^{\frac{1}{x}}$	Escribo la ecuación, con el radicando separado convenientemente, para extraer algún factor.
$\sqrt{25}\sqrt{3}-\sqrt{16}\sqrt{3}=9^{\frac{1}{x}}$	Aplico la propiedad de raíces que dice: La raíz de un producto es igual al producto de las raíces.
$5\sqrt{3}-4\sqrt{3}=9^{\frac{1}{x}}$	Resuelvo las Raíces
$\sqrt{3}=9^{\frac{1}{x}}$	Resuelvo la parte izquierda de la ecuación.
$3^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{2}{x}}$	Expreso la raíz como potencia y el 9 como potencia de 3.

En este punto hemos expresar las bases de ambos miembros iguales. Ahora para satisfacer la igualdad, los exponentes deben ser iguales. Expresa la nueva igualdad y termina el ejercicio.

r) $\sqrt[3]{\dfrac{24^{x}}{3^{x}}}=1$ $\quad$ Recuerda las propiedades de potencias.

R: $\quad$ **x = 0**

La clave en este ejercicio esta en reconocer que: $\dfrac{24^{x}}{3^{x}}=\left(\dfrac{24}{3}\right)^{x}=8^{x}$

Y ahora....

Si Aprendí.!