



# Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

## LOGARITMOS CON BASE b

En cualquiera de las ramas de la matemática, se llama al **logaritmo**, al exponente "y" que debemos usar con la base "b" para obtener el resultado "n" (siendo n, un número real positivo)

$$\log_b n = y \Leftrightarrow b^y = n$$

La base "b" tiene que ser positiva y distinta de 1. ( $b > 0 \wedge b \neq 1$ )

El argumento "n" tiene que ser un número positivo ( $n > 0$ )

La potencia "y" puede ser cualquier número real ( $y \in \mathbf{R}$ )

### Forma Logarítmica

$$\log_b(n) = y$$

significa

### Forma Exponencial

$$b^y = n$$

Veamos algunos ejemplos, en los que expresaremos la ecuación en formas equivalentes, arriba en forma logarítmica y abajo en forma exponencial.

<b>Expresión Logarítmica</b>	$\log_5 1 = 0$	$\log_4 4 = 1$	$\log_5 25 = 2$	$\log_{10} 1000 = 3$	$\text{Log}_4 64 = 3$	$\text{Log}_3 (1/9) = -2$	$\text{Log}_{27} 3 = 0,5$
<b>Expresión Exponencial</b>	$5^0 = 1$	$4^1 = 4$	$5^2 = 25$	$10^3 = 1000$	$4^3 = 64$	$3^{-2} = 1/9$	$27^{0,5} = 3$

Entonces un logaritmo se escribe " $\log_b(n) = y$ ". Hay que destacar que **hay algunos Logaritmos** que se identifican con un nombre específico o se escriben en forma diferente. Por ejemplo:

- Cuando la base es "10", esta ponerse o no; si se pone se escribe  $\log_{10}(n)$  y si no se pone no se pone, lo escribimos así: "**log(n)**", se debe entender que la base es 10, por esto hay que tener cuidado y prestar mucha atención.
- O cuando la base es "e" se escribe como "**ln(n) = y**".

**El formato Exponencial**, no tiene variantes al escribirla, salvo las que ya vistes al estudiar potencias.

### IMPORTANTE:

En todos los casos, sin importar que tipo de logaritmo sea, será el mismo concepto, y tendrán las mismas propiedades (misma explicación/mismo uso) solo cambiará la base, y/o forma de escribirlo.

Resulta indistinto que letra (variable) usemos como argumento. Podemos usar la letra "n", "x" o la letra "a" al escribir el argumento de un logaritmo. Lo importante es que cuando lo escribas, uses siempre la misma nomenclatura.

## Logaritmos Especiales

### • Logaritmo binario.

En matemáticas, se denomina logaritmo binario, al logaritmo cuya base es el número **2**. Es decir a que valor de "y" hay que elevar el numero **2** para obtener "n" (se escribe  $\log_2(n) = y$ )

### • Logaritmo natural.

En matemáticas, se denomina logaritmo natural al exponente "y" cuya base es el número "e" (número irracional con valor aproximado a 2.718281828459...). El logaritmo natural suele escribirse **ln(x)** o como **log<sub>e</sub>(x)**.

### • Logaritmo decimal.

En matemáticas, se denomina logaritmo decimal, logaritmo común o logaritmo vulgar, al logaritmo cuya base es "10", por lo tanto, el logaritmo es el exponente "y" al cual hay que elevar la base "10" para obtener "n". Se suele escribir como **log<sub>10</sub>(n)** o como **log(n)**. Cuando no se escribe la base, se entiende que es logaritmo tiene base "10"

### • Logaritmo complejo. (No será estudiado en este curso)

### • Logaritmo en base imaginaria. (No será estudiado en este curso)

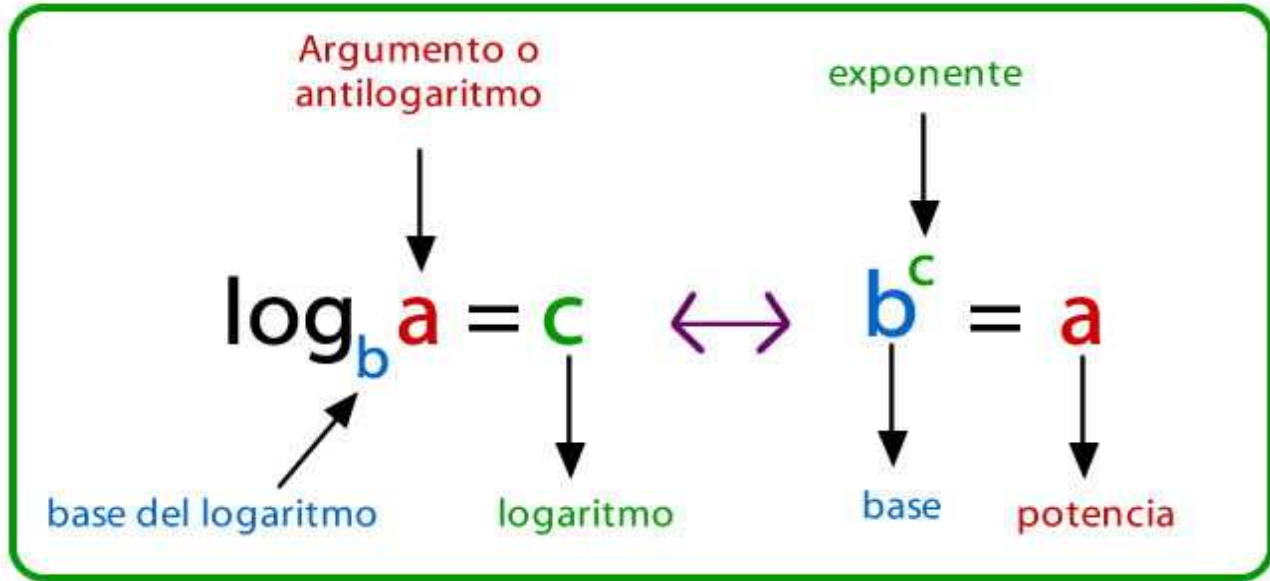
### • Logaritmo neperiano. (No será estudiado en este curso)

El término logaritmo neperiano suele referirse informalmente al logaritmo natural, aunque esencialmente son conceptos distintos.

En matemáticas, el logaritmo neperiano fue definido por primera vez por John Napier.



Comencemos con el nombre de cada una de las partes de debemos conocer.



## ALGUNAS PROPIEDADES

- ✓ No existe el logaritmo de un número negativo.
- ✓ El Logaritmo de 0 es Infinito Negativo.
- ✓ El Logaritmo de 1 (en cualquier base) es Cero
- ✓ El logaritmo de la base, siempre es 1 (uno).  
Por Ej:  $\log_b(b) = 1$ ; (Con  $b > 0 \wedge b \neq 1$ )
- ✓ El Logaritmo de una potencia con igual base es igual al Exponente:  
Por Ejemplo  $\log_b b^n = n$ , con  $b \neq 1$

**La regla del producto:**

$$\log_b(MN) = \log_b(M) + \log_b(N)$$

**La regla del cociente:**

$$\log_b\left(\frac{M}{N}\right) = \log_b(M) - \log_b(N)$$

**La regla de la potencia:  $\log_b(M^p) = p \log_b(M)$**



## Logaritmo de una Raíz (es extensión de una Potencia)

$$\log_b \sqrt[n]{a^m} = \log_b \left( a^{\frac{m}{n}} \right) = \frac{m}{n} \cdot \log_b a$$

### Prestar mucha Atención...

$$b^{\log_b (a)} = a$$

## Cambio de Base (b es la Base a la que quiero Cambiar)

$$\log_p a = \frac{\log_b a}{\log_b p}$$

**IMPORTANTE:** Cuando tenemos dos potencias igualadas hay dos cosas que siempre debemos recordar (ya que el resultado numérico debe ser el mismo) para respetar la igualdad.

$$a^b = a^c \rightarrow b = c$$

Cuando las bases son iguales, entonces los exponentes deben ser iguales

$$a^b = c^b \rightarrow a = c$$

Cuando los exponentes son iguales, entonces las bases deben ser iguales

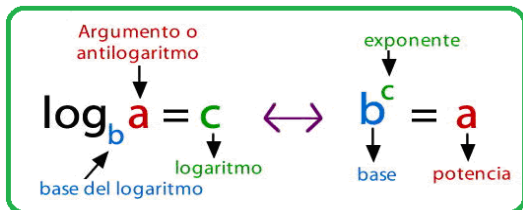
## Ejercicios:

**a)** Resolver. Siempre escribe claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

Recuerda que resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad.

1)  $\log_3 81 = y$

R: 4



$\log_3 81 = 4$  Porque  $3^4 = 81$

Ecuación dada	$\log_3 81 = y$
De acuerdo a la fórmula, sabemos que	$3^y = 81$

Entonces, nuestra tarea consistirá en encontrar cuantas veces debemos multiplicar la base por si misma (en nuestro ejemplo la base es 3) para que obtengamos el 81.

Encontramos que $3^4$ será igual a 81	$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81$
---------------------------------------	--

Reemplazamos el 81 por el $3^4$	$3^y = 3^4$
---------------------------------	-------------

Entonces sabiendo que en ambos lados de la igualdad las bases son iguales, para que se respete la ecuación, "y" debe ser igual a 4

Concluimos el ejercicio escribiendo:  $\log_3 81 = 4$





# Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

2)  $\log_2 128 = y$  Sin Tanta explicación R: 7

El resultado es 7, porque  $2^7 = 128$

$$\log_2 128 = y \iff 2^y = 128 \iff 2^y = 2^7 \implies y = 7$$

Siempre tener en cuenta

$$a^b = a^c \rightarrow b = c$$

Cuando las bases son iguales, entonces los exponentes deben ser iguales

3)  $\log_2 4 = y$  R: 2

El resultado es 2, porque  $2^2 = 4$

$$\log_2 4 = y \iff 2^y = 4 \iff 2^y = 2^2 \implies y = 2$$

4)  $\log_2 32 = y$  R: 5

5)  $\log 1000 = y$  (Recuerda que si no se indica la Base del logaritmo, esta será 10) R: 3

6)  $\log_{100} 1 = y$  El logaritmo de 1 (uno) es siempre CERO  $\log_{100} 1 = 0$  R: 0

7)  $\log_{\pi} (\pi) = y$  El logaritmo de la base es siempre uno  $\log_{\pi} \pi = 1$  R: 1

8)  $\log_2 64 = y$   $\log_2 64 = y \iff 2^y = 64 \iff 2^y = 2^6 \implies y = 6$  R: 6

9)  $\log_2 8 = ?$  (si no hubiera una "y" como resultado, no tiene importancia, la agregamos y trabajamos normalmente) R: 3

$\log_2 8 = 3$  Porque  $2^3 = 8$

$$\log_2 8 = y \iff 2^y = 8 \iff 2^y = 2^3 \implies y = 3$$

10)  $\log_3 9 = ?$  R: 2

11)  $\log_x 125 = 3$  Siempre recuerda: R: 5

$$a^b = c^b \rightarrow a = c$$

Cuando los exponentes son iguales, entonces las bases deben ser iguales

$$\log_x 125 = 3 \iff x^3 = 125 \iff x^3 = 5^3 \implies x = 5$$

12)  $\log_x 16 = 2$  R: 4

13)  $\log_x 243 = 5$  R: 3

14)  $\log_x 216 = 3$  R: 6



# Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

15)  $\log_x 2401 = 4$

(Recuerda que resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad).

R:



16)  $\log_x 25 = -2$

Presta Atención.

R:

<b>1</b>	$\log_x 25 = -2 \iff x^{-2} = 25 \iff \frac{1}{x^2} = 25$	Cuidado con el exponente negativo
<b>2</b>	$\frac{1}{25} = x^2$	Despejamos y
<b>3</b>	$\sqrt{\frac{1}{25}} = x$	(recuerda que una potencia entera, al despejar la base, pasará como raíz)
<b>4</b>	$\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{25}} = x$	Aplicamos la propiedad de raíces y resolvemos
<b>5</b>	$\log_x 25 = -2 \iff x^{-2} = 25 \implies \frac{1}{5} = x$	Llegamos al resultado

### Comentario Importante

También podríamos haber escrito el resultado como "x = 0,2" ó "x = 5<sup>-1</sup>"



17)  $\log_x 16 = -2$

Podrías resolverlo aplicando alguna de las propiedades estudiadas?

R:



18)  $\log_x 125 = -3$

R:



19)  $\log_x 8 = -3$

R:



20)  $\log_x 36 = -2$

R:



21)  $\log_3 x = 3$

En este tipo de ejercicios es más simple.

R:

Solo debemos encontrar el Antilogaritmo, por lo tanto solo calculamos  $3^3 \quad \log_3 y = 3 \iff 3^3 = y \implies y = 27$



22)  $\log_7 x = 3$

R:



23)  $\log_2 x = -3$

(Recuerda que resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad)

R:



24)  $\log_4 x = -4$

Y que paso con los resultados?

R:



25)  $\log_3 x = -2$

R:



26)  $\log_x 100 = 2$

Cuidado, este es un logaritmo en base 10.  
(Cuando no se muestra en que base trabajamos, entonces es base 10)

R:



## TRABAJO PRÁCTICO

Mira los dos videos, y realiza el siguiente trabajo práctico

Investigar Que es y para que sirve un logaritmo.  
Puedes buscar más información para completar tu trabajo.

Realizar un resumen, no más de dos páginas, el que deberás entregar al profesor, y responder cuando el profesor te pregunta en clase.

¿Para qué sirven LOS LOGARITMOS?	<a href="https://youtu.be/W_BZb_va6jY">https://youtu.be/W_BZb_va6jY</a>
¿Qué es el número e?	<a href="https://youtu.be/Z5czpA-fyMU">https://youtu.be/Z5czpA-fyMU</a>
Copiar la dirección en tu navegador, y podrás ver el video. Presta mucha atención.	

## AHORA PODEMOS CONTINUAR

### Propiedades de los logaritmos

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$$

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$$

$$\log_a(x)^p = p \log_a(x)$$

$$\log_b(x) = \frac{\log_a(x)}{\log_a(b)}$$

$$\text{if } \log_a(x) = \log_a(y) : x = y$$



# Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

**b)** Ahora a resolver **Logaritmos con Raíces**. Siempre escribe claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

Tú deberás realizar la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

27)  $\log_3 \sqrt{243} = y$

R:  $\frac{5}{2}$

Aplica correctamente las propiedades de las raíces

$$\log_3 \sqrt{243} = y \iff 3^y = (243)^{\frac{1}{2}}$$

$$3^y = (243)^{\frac{1}{2}} \iff 3^y = (3^5)^{\frac{1}{2}}$$

Cuando las bases son iguales, entonces los exponentes deben ser iguales

$$a^b = a^c \rightarrow b=c$$

$$3^y = 3^{\frac{5}{2}}$$

$$y = \frac{5}{2}$$

28)  $\log_2 \sqrt{8} = y$

R:  $\frac{3}{2}$

29)  $\log_7 \sqrt{7} = y$

R:  $2^{-1}$  o También  $\frac{1}{2}$

30)  $\log_3 \sqrt{81} = y$

R:  $2$

31)  $\log_2 \sqrt{2} = y$

R:  $\frac{1}{2}$  o También  $0,5$

**c)** Sumas y Restas de Logaritmos con base distinta. Siempre escribe claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

Tú deberás realizar la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

32)  $\log_2 16 - \log_3 27$

$$4 - 3 = 1$$

R:  $1$

Resuelve cada logaritmo individualmente aplicando lo aprendido y luego resta los resultados

33)  $\log_2 32 - \log_3 9$

$$5 - 2 = 3$$

R:  $3$

34)  $\log_2 32 + \log_3 9 + \log_5 25$

$$5 + 2 + 2 = 9$$

R:  $9$

35)  $\log_2 (64) + \log_2 \left(\frac{1}{4}\right) - \log_3 (9) - \log_2 (\sqrt{2})$

$$6 - 2 - 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

R:  $\frac{3}{2}$

Si no lo puedes resolver, no te preocupes, la práctica hace al maestro. 😊



# Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

**d)** Ahora a resolver **Multiplicación entre Logaritmos**. Siempre escribe claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

Tú deberás realizar la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

<b>Recuerda que, el logaritmo de un producto, será igual a la suma de los logaritmos.</b>	<b>La regla del producto:</b> $\log_b(MN) = \log_b(M) + \log_b(N)$
---	---

36)  $\log_2(32) \cdot \log_3(9)$   $5.2 = 10$  R:

Simplemente Resuelve cada logaritmo y multiplica los resultados

37)  $\log_3(9) \cdot \log_5(25)$   $2.2 = 4$  R:

38)  $\log_2(16) \cdot \log_3(27)$   $4.3 = 12$  R:

39)  $\log(10) \cdot \log_3(27)$   $1.3 = 3$  R:

**e)** Ahora a resolver el **Logaritmo de una Multiplicación**. Siempre escribe claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

Tú deberás realizar la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

40)  $\log_3(27) + \log_3(1)$  Recuerda que resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad. R:

<b>1</b> $\log_3(27) + \log_3(1) = y$	<b>2</b> $\log_3(27 \times 1) = y$	<b>3</b> $\log_3(27) = y$
<b>4</b> $3^y = 27$	<b>5</b> $3^y = 3^3$	<b>6</b> $y = 3$

41)  $\log_5(1) + \log_5(25)$  R:

42)  $\log_5(5) + \log_5(125)$  R:

**f)** Ahora a resolver el **Logaritmo de una División**. Siempre escribe claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

Tú deberás realizar la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

<b>Recuerda que, el logaritmo de un cociente, será igual a la resta de los logaritmos (numerador menos el denominador)</b>	<b>La regla del cociente:</b> $\log_b\left(\frac{M}{N}\right) = \log_b(M) - \log_b(N)$
--	---

43)  $\log_5(0,2)$  R:

<b>1</b> Transformo el número decimal finito en fracción. Y simplifico. $\log_5\left(\frac{2}{10}\right)$
<b>2</b> Ya con la fracción simplificada, usaremos la propiedad de logaritmos que dice: El logaritmo de una división es igual a la resta de los logaritmos $\log_5\left(\frac{1}{5}\right)$



# Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

<b>3</b>	Recordemos que el logaritmo de 1 (uno) en cualquier base, siempre es 0 (cero), y que el logaritmo de la base siempre es 1(unos)	$\log_5(1) - \log_5(5)$
----------	---	-------------------------

<b>4</b>	Escribimos los resultados obtenidos en el paso anterior	$0 - 1$
----------	---	---------

<b>5</b>	Por lo tanto ya tenemos el resultado	$-1$
----------	--------------------------------------	------



44)  $\log_2(0,25)$

R: -2

Recuerda:

- Transformar el argumento (número decimal finito) en fracción. Y si es posible, simplificar la fracción.
- Cuando tengas la Fracción, aplica la propiedad del logaritmo de una división.
- Ya puedes resolver los logaritmos individualmente y restar los resultados.



45)  $\log_3(45) - \log_3(5)$

R: 2

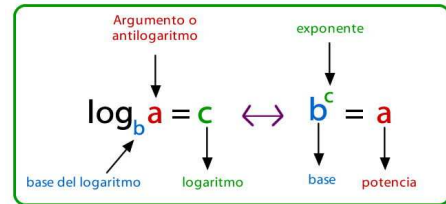
<b>1</b>	$\log_3\left(\frac{45}{5}\right) = y$	Por la propiedad de logaritmos que dice: El logaritmo de una división es igual a la resta de los logaritmos
----------	---------------------------------------	---

<b>2</b>	$\log_3(9) = y$	Resuelvo la división
----------	-----------------	----------------------

<b>3</b>	$3^y = 9$	Aplico la primera propiedad
----------	-----------	-----------------------------

<b>4</b>	$3^y = 3^2$	$a^b = a^c \rightarrow b = c$
----------	-------------	-------------------------------

<b>5</b>	$y = 2$	Encuentro el resultado
----------	---------	------------------------



46)  $\log_2\left(\frac{1}{4}\right) - \log_2\left(\frac{1}{16}\right)$

Recordar la propiedad del logaritmo de una división y luego la regla del colectivo.

R: 2



47)  $\log_4(0,0625) + \log_3(0,1) - \log_5(0,2)$

R: -3



48)  $2 \cdot \log_2(6) - 2 \cdot \log_2(3)$

R: 2

<b>1</b>	$\log_2(6)^2 - \log_2(3)^2$	Aplicando la propiedad del logaritmo que dice: El logaritmo de una potencia es igual al exponente por el logaritmo de la base.
----------	-----------------------------	--

<b>2</b>	$\log_2(36) - \log_2(9)$	Aplico las potencias a las bases de cada logaritmo. Y a continuación la propiedad de logaritmos que dice: El logaritmo de una división es igual a la resta de los logaritmos
----------	--------------------------	--

<b>3</b>	$\log_2\left(\frac{36}{9}\right)$	Resuelvo la división.
----------	-----------------------------------	-----------------------

<b>4</b>	$\log_2(4) = y$	Aplico la primera propiedad
----------	-----------------	-----------------------------

<b>5</b>	$2^y = 4$	
----------	-----------	--

<b>6</b>	$2^y = 2^2$	Recordemos que si $a^b = a^c \rightarrow b = c$
----------	-------------	---

<b>7</b>	$y = 2$	Finalmente encuentro el resultado
----------	---------	-----------------------------------



# Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

**g)** Ahora a resolver el **Logaritmo de una Potencia**. Siempre escribe claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

Recuerda que resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad.

49)  $\log_4 64 = y$

R:  3

1

Recordemos lo primero que estudiamos con los logaritmos  $4^y = 64$

2

Buscamos la forma de expresar que 4 elevado a alguna potencia nos de como resultado 64.  $4^y = 4^3$

3

Solo será posible la anterior igualdad si...  $y = 3$



50)  $\frac{1}{2} \log(10) = y$

Cuidado, este es un logaritmo en base 10.  
(Cuando no se muestra en que base trabajamos, entonces es base 10)

R:   $\frac{1}{2}$



51)  $8 \cdot \log_5(\sqrt{5}) = y$

Presta atención.

R:  4

Detente un momento y analiza. Lo puedes pensar como  $8 \cdot \log_5\left(5^{\frac{1}{2}}\right) = y$  Y ahora es fácil resolver



52)  $\log_2(\sqrt{2}) + \log_2(\sqrt{8})$

Te dejo una ayuda:

$\log_2\left(2^{\frac{1}{2}}\right) + \log_2\left(2^{\frac{3}{2}}\right)$

R:  2



53)  $\log_3 27 + \log_3 1$

R:  3



54)  $\log_5 25 - \log_5 5$

R:  1



55)  $\log_4 64 + \log_8 64$

R:  5



56)  $\log 0,1 - \log 0,01$

**Analiza esto:**

$\log 0,1 - \log 0,01$   
 $\log (1/10) - \log 1/100$   
 $\log 1 - \log 10 - (\log 1 - \log 100)$   
 $0 - 1 - (0 - \log 10^2)$   
 $-1 - (-2 \log 10)$   
 $-1 + 2 = 1$

R:  1

$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$   
 $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$   
 $\log_a(x)^p = p \log_a(x)$   
 $\log_b(x) = \frac{\log_a(x)}{\log_a(b)}$   
if  $\log_a(x) = \log_a(y) : x = y$



57)  $\log 5 + \log 20$

$\log 5.20 \implies \log 100$

R:  2





# Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

58)  $\log 2 - \log 0,2$

R: 1

**h)** Ahora a resolver el **Logaritmos con algún elemento Fraccionario**. Siempre escribe claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Y si esta resuelto en la guía, esfuérzate y resuélvelo **otra vez, pero solo**.

Tú deberás realizar la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

59)  $\log_{\frac{1}{2}} 4 =$

R: -2

$$\log_{\frac{1}{2}} 4 = y \leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^y = 4 \leftrightarrow \frac{(1)^y}{(2)^y} = 4 \leftrightarrow \frac{1}{(2)^y} = 4$$

0    
 1    
 2    
 3

$$(2)^{-y} = 4 \leftrightarrow 2^{-y} = 2^2 \rightarrow y = -2$$

4    
 5    
 6

60)  $\log_a \frac{1}{9} = 2$

R:  $\frac{1}{3}$  O también  $3^{-1}$

$$\log_a \frac{1}{9} = 2 \leftrightarrow (a)^2 = \frac{1}{9} \leftrightarrow (a)^2 = \left(\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^2$$

0    
 1    
 2

**RECORDAR QUE**, Si los exponentes son iguales, para mantener la igualdad, las bases deben ser iguales.

$a^b = c^b \rightarrow a = c$

$$(a)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \rightarrow a = \frac{1}{3}$$

3    
 4

61)  $\log_{0,1} 100 = y$

R: -2

62)  $\log_{\frac{1}{3}} 243 = y$

Esto te puede ayudar:

$$\log_{3^{-1}} (3^5) = y$$

$$(3^{-1})^y = 3^5$$

$$3^{-y} = 3^5$$

$$-y = 5 \implies y = -5$$

R: -5

63)  $\log_{0,5} 16 = y$

R: -4

64)  $\log_{\frac{1}{2}} (0,25) = y$

R: 2



# Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

65)  $\log_{\frac{1}{3}} 3 = y$

R: -1



66)  $\log_{\frac{1}{3}} 27 = y$

R: -3



Usemos un poco de ingenio. Se te ocurre otra forma de resolver estos ejercicios?

67)  $\log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{2})$

Par comprender la forma en que se resolvió, debes tener bien claras las propiedades del Logaritmo

R: - $\frac{1}{2}$

$$\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2} = \log_{\frac{1}{2}} 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \log_{\frac{1}{2}} 2 = \frac{1}{2} \cdot \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{1}{2} \cdot (-1) \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$



68)  $\log_{\frac{1}{3}}(\sqrt[5]{81})$

R: - $\frac{4}{5}$

$$\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[5]{81} = \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[5]{3^4} = \log_{\frac{1}{3}} (3^4)^{\frac{1}{5}} = \log_{\frac{1}{3}} 3^{\frac{4}{5}} = \frac{4}{5} \cdot \log_{\frac{1}{3}} 3 = \frac{4}{5} \cdot \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = \frac{4}{5} \cdot (-1) \cdot \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{4}{5} \cdot 1 = -\frac{4}{5}$$

**i)** Ahora a resolver el **Logaritmo con una Potencia en la Base**. Siempre escribe claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

Tú deberás realizar la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

69)  $\log_{\sqrt{5}}(x) = 2$

Una pequeña ayuda, interprétala.  $x = (\sqrt{5})^2$

R: 5



70)  $\log_{\sqrt{2}}(16)$

Recuerda que resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad.

R: 8

Primero Igualo la ecuación a una Variable, que despejaremos paso a paso  $\log_{\sqrt{2}}(16) = x$

Aplico la propiedad del logaritmo que dice: La base elevado al logaritmo (resultado x) será igual al Argumento  $(\sqrt{2})^x = 16$

Recordemos que una raíz es una potencia fraccionaria (Un Medio) y que si las bases son iguales, para que la igualdad sea cierta, entonces las potencias deben ser iguales  $2^{\frac{x}{2}} = 2^4$

Una vez igualadas las potencias, despejo al variable (en este caso x)  $\frac{x}{2} = 4$

El 2 esta dividiendo y pasa multiplicando y resuelvo  $x = 4 \cdot 2$

Resultado de la ecuación  $x = 8$

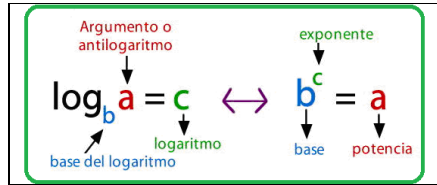


# Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

j) Ahora a resolver el **Logaritmo con Base Mayor que el Argumento**. Siempre escribe claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

Tú deberás realizar la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.



71)  $\log_4 2 = y$

R:  $\frac{1}{2}$  O también 0,5

Planteo la Ecuación dada:  $\log_4 2 = y$

Según las propiedades, re escribo ecuación  $4^y = 2$

Expreso el 2 (resultado), elevándolo al cuadrado y extrayéndole la raíz cuadrada (para no alterar la ecuación)  $4^y = (2^2)^{\frac{1}{2}}$

Entonces queda:  $4^y = 4^{\frac{1}{2}}$

Si se cumple la igualdad,  $4 = 4$  entonces los exponentes también son iguales.  $y = \frac{1}{2}$

De esta forma queda ya resuelto el ejercicio. Comprendiste?



72)  $\log_{27} 3 = y$

R:  $0, \bar{3}$  O también  $3^{-1}$

Planteo de la ecuación dada:  $\log_{27} 3 = y$

Re escribo la ecuación  $27^y = 3$

A partir de este renglón resolveremos en formas distintas la ecuación	Forma I	Forma II
---	---------	----------

Expreso un miembro de la ecuación como potencia.	$3^{3y} = 3^1$	$27^y = (3^3)^{\frac{1}{3}}$
--	----------------	------------------------------

		$27^y = 27^{\frac{1}{3}}$
--	--	---------------------------

Si se cumple la igualdad, las bases son iguales, los exponentes también deben ser iguales.

Planteo la igualdad de los exponentes (porque la variable incógnita esta en uno de los exponentes)	$3y = 1$	$y = \frac{1}{3}$
--	----------	-------------------

Sin importar método usado, si hace falta despejo y encuentro siempre el mismo resultado	$y = \frac{1}{3}$	$y = \frac{1}{3}$
---	-------------------	-------------------



73)  $\log_{64} 2 = y$

R:  $\frac{1}{6}$



74)  $\log_{81} 3 = y$

R: 2



75)  $\log_{16} 2 = y$

R: 2



# Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

**k)** Ahora a resolver el **Logaritmo con Base Menor que el Argumento**. Siempre escribe claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

76)  $\log_8 16 = y$

Esta vez, planteo como una potencia al segundo miembro de la ecuación

R:  $\frac{4}{3}$

Planteo la ecuación dada:	$\log_8 16 = y$
Debo hacer que, el 16 quede expresado como una potencia cuya base sea 8. Entonces: Descubro 16 es igual que $2^4$ , entonces lo expreso	$8^y = 2^4$
Hora solo debo jugar con el 2. <i>Presta mucha atención...</i> <b>Sabiendo que <math>2^3</math> es 8</b> , entonces lo elevo, pero para que la ecuación quede igual, le extraigo la raíz cúbica. <b>Pero también hay que elevarlo a cuarta potencia, por que ya estaba elevado a la cuarta.</b>	$8^y = \left( (2^3)^{\frac{1}{3}} \right)^4$
Ahora hago solo lo que me convenga. Y resuelvo $2^3 = 8$	$8^y = \left( 8^{\frac{1}{3}} \right)^4$
Aplicando la propiedad de potencias que dice: la potencia de una potencia se multiplican.	$\frac{1}{3} \cdot 4 = \frac{4}{3}$
La ecuación queda entonces así:	$8^y = 8^{\frac{4}{3}}$
<b>Si se cumple la igualdad, <math>8 = 8</math>, los exponentes también deben ser iguales.</b>	
Planteo la igualdad de los exponentes (porque la variable incógnita está en uno de los exponentes). Como no hay que despejar nada, la ecuación queda resuelta	$y = \frac{4}{3}$

77)  $\log_9 27 = y$

R:  $\frac{3}{2}$

78)  $\log_3 27 = y$

Pero este ya lo habías resuelto.!

R:  $3$

79)  $\log_{16} 64 = y$

R:  $\frac{3}{2}$

80)  $\log x^2 = -10$

**IMPORTANTE:**

- Cuando no dice la base, es un logaritmo con base 10.
- Resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad).

R <sub>1</sub> :	$\frac{1}{100000}$
R <sub>2</sub> :	$-\frac{1}{100000}$

Escribo nuevamente la ecuación, pero esta vez con formato exponencial.

$$x^2 = 10^{-10}$$

$$x^2 = \frac{1}{10^{10}}$$

La potencia, pasa como raíz. y recuerda que las raíces cuadradas tendrán como resultado un valor positivo y otro negativo ( $\pm$ ).

$$x = \pm \sqrt{\frac{1}{10^{10}}}$$

Aplico propiedad de las raíces, que dice: **la raíz de la división es igual a la división de las raíces.**

$$x = \pm \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{10^{10}}}$$



# Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

En el numerador: La raíz de 1 (uno) siempre es 1 (uno), y re escribo el denominador, pero la raíz la expreso con exponente fraccionario

$$x = \pm \frac{1}{10^{\frac{1}{2}}}$$

Simplifico el exponente del denominador

$$x = \pm \frac{1}{10^5}$$

Obtengo dos resultados, uno positivo y el otro negativo.

Ambos resultados son validos, ya que en la ecuación, la variable esta elevada al cuadrado, y el resultado de un valor elevado al cuadrado siempre es positivo.

$$x_1 = -\frac{1}{100000} \quad x_2 = \frac{1}{100000}$$

**I) Ahora, usando todo lo aprendido, a resolver las siguientes ecuaciones. Recuerda que resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad.**

81)  $\log_4(64) = \frac{2y-1}{3}$

R: 5

Planteo la ecuación dada:	$\log_4(64) = \frac{2y-1}{3}$
Cuando encontramos este tipo de ecuaciones, conviene primero tratar de resolver una de las parte de la ecuación. En este caso, resolveremos la primera (izquierda). Esto se debe a que la parte derecha de la ecuación no podríamos resolverla.	
<b>PARTE I:</b> Planteamos la ecuación a resolver. Podremos resolverla de más de una forma. Acá la resolveremos usando las propiedades. Tú puedes resolver por los métodos anteriormente usados. <span style="float: right;"><math>\log_4(64) = y</math></span>	
Re escribimos la ecuación, planteando el argumento como potencia.	$\log_4 4^3 = y$
Aplicando la propiedad de la potencia de un logaritmo que dice: el logaritmo de una potencia es igual al exponente por el logaritmo de la base.	$3 \cdot \log_4 4 = y$
Ahora aplicamos la propiedad que dice que: el logaritmo de la base es siempre igual a UNO.	$3 \cdot 1 = y$
Queda resuelta la primera parte de la ecuación.	<b><math>3 = y</math></b>
<b>PARTE II:</b> Planteamos la otra parte de la ecuación (la derecha), pero ahora ya sabemos que será igual a 3 (resultado obtenido de la <b>PARTE I</b> ).	
Comenzamos el despeje de la variable "y".	$3 = \frac{2y-1}{3}$
Continuamos el despeje.	$9 = 2y - 1$
Completamos el despeje de la variable. <b>Y.. Llegamos al resultado:</b>	$10 = 2y$
	$5 = y$

82)  $\log_2(16) = \frac{y^3}{2}$

Recuerda. Siempre por Partes, y serás famoso.



R: 2

83)  $\log_6(4(y-1)) = 2$

**Cuidado. Esto es una trampa, trampa, trampa, trampa!**  
Te doy una pequeña ayuda.

R: 10

Re escribimos la ecuación, ahora es más fácil?	<b><math>6^2 = 4(y-1)</math></b>
Más?. Bueno, resuelvo ambas partes de la ecuación. Ya puedes continuar solo?	<b><math>36 = 4y - 4</math></b>

84)  $\log_8[2(y^3+5)] = 2$

R: 3

Re escribimos la ecuación, ahora es más fácil?	<b><math>8^2 = 2(y^3+5)</math></b>
--	------------------------------------



# Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

$$85) \log_{2y+3}(81) = 2$$

Por que se descarta el -6 como resultado?

R <sub>1</sub> :	3	
R <sub>2</sub> :	-6	Este resultado se descarta.

Re escribimos la ecuación, ahora es más fácil?  $(2y+3)^2 = 81$



$$86) \log_2(2x+4) = 3$$

R: 2

Planteo la ecuación dada (Recuerda que resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad).

$$\log_2(2x+4) = 3$$

Escribo ecuación expresado como potencia

$$2^3 = 2x+4$$

Despejo

$$8 = 2x+4$$

Despejo

$$8-4 = 2x$$

Encuentro el resultado

$$2 = x$$



$$87) \log_{10}(x) + \log_{10}(x+3) = 2\log_{10}(x+1)$$

R: 1

Planteo la ecuación dada (recuerda que cuando no dice la base, es un logaritmo con base 10):

$$\log(x) + \log(x+3) = 2\log(x+1)$$

Escribo ecuación, usando las propiedades de la multiplicación (primer miembro) y potencia de logaritmos (segundo miembro)

$$\log[x(x+3)] = \log(x+1)^2$$

Considerando que el logaritmo del miembro izquierdo, debe ser igual al logaritmo del miembro de la derecha, entonces los argumentos deben ser iguales. Por lo tanto:

$$x(x+3) = (x+1)^2$$

Aplico propiedad distributiva en primer miembro y desarrollo el cuadrado del binomio en el segundo miembro. Re escribo ecuación

$$x^2+3x = x^2+2x+1$$

Despejo incógnita (paso 1).

$$x^2 - x^2 + 3x - 2x = 1$$

Resuelvo y encuentro resultado.

$$x = 1$$



$$88) \log(x+1) - \log(x) = 1$$

Cuando no dice la base, es un logaritmo con base 10

R:  $0, \bar{1}$  O También  $\frac{1}{9}$

Planteo la ecuación dada (recuerda que cuando no dice la base, es un logaritmo con base 10):

$$\log(x+1) - \log(x) = 1$$

Escribo ecuación, usando las propiedades de la división (primer miembro) y en el segundo miembro, transformo el 1 (uno) en logaritmo de la base, así tendré logaritmos de igual base en ambos miembros.

$$\log_{10}\left(\frac{x+1}{x}\right) = \log_{10}(10)$$

Considerando que el logaritmo del miembro izquierdo, debe ser igual al logaritmo del miembro de la derecha, entonces los argumentos deben ser iguales. Por lo tanto:

$$\frac{x+1}{x} = 10$$

Despejo incógnita (paso 1). Re escribo ecuación.

$$x+1 = 10x$$

Despejo incógnita (paso 2). Re escribo ecuación.

$$1 = 10x - x$$

Despejo incógnita (paso 3). Re escribo ecuación.

$$1 = 9x$$

Resuelvo y encuentro resultado.

$$x = \frac{1}{9}$$



**Recuerda que resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad.**





# Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

89)  $4\log\left(\frac{x}{5}\right) + \log\left(\frac{625}{4}\right) = 2\log(x)$

Cuando no dice la base, es un logaritmo con base 10

R:

2

Planteo la ecuación dada (recuerda que cuando no dice la base, es un logaritmo con base 10):

$$4\log\left(\frac{x}{5}\right) + \log\left(\frac{625}{4}\right) = 2\log(x)$$

Escribo ecuación, usando las propiedades de la potencia.

$$\log\left(\frac{x}{5}\right)^4 + \log\left(\frac{625}{4}\right) = \log(x^2)$$

Aplico el exponente 4 y re escribo la ecuación.

$$\log\left(\frac{x^4}{625}\right) + \log\left(\frac{625}{4}\right) = \log(x^2)$$

Aplico propiedad de la multiplicación y re escribo la ecuación.

$$\log\left(\frac{x^4}{\cancel{625}} \cdot \frac{\cancel{625}}{4}\right) = \log(x^2)$$

Simplifico y re escribo ecuación.

$$\log\left(\frac{x^4}{4}\right) = \log(x^2)$$

Considerando que el logaritmo del miembro izquierdo, debe ser igual al logaritmo del miembro de la derecha, entonces los argumentos deben ser iguales (con igual resultado). Por lo tanto:

$$\frac{x^4}{4} = x^2$$

Despejo incógnita.

$$x^2 = 4$$

Despejo incógnita.

$$x = \sqrt{4}$$

Resuelvo y encuentro resultado.

$$x = 2$$

También se podría haber resuelto por otro camino, usando la formula de Bhaskara hubieras resuelto la ecuación cuadrática y encontrado las posibles raíces, encontrando además del 2 (dos), otros valores como el -2 (menos dos) y 0 (cero).

En este caso, solo tendrías que descartar el cero y cualquier valor negativo, ya que el logaritmo no está definido para esos valores.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Fórmula de Bhaskara: permite calcular las raíces de un polinomio de segundo grado. Fue deducida por el famoso matemático indio Bhaskaracharya, más conocido como Bhaskara II.



90)  $\log_{10}(4x - 1) - \log_{10}(x - 2) = \log_{10}(5)$

R:

9

Planteo la ecuación dada (Recuerda que resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad).

$$\log_{10}(4x - 1) - \log_{10}(x - 2) = \log_{10}(5)$$

Aplico propiedad de la división de logaritmos.

$$\log_{10}\left(\frac{4x - 1}{x - 2}\right) = \log_{10}(5)$$

Considerando que el logaritmo del miembro izquierdo, debe ser igual al logaritmo del miembro de la derecha, entonces los argumentos deben ser iguales (con igual resultado). Por lo tanto:

$$\frac{4x - 1}{x - 2} = 5$$

Comienzo el despeja de la incógnita.

$$4x - 1 = 5(x - 2)$$

Aplico propiedad distributiva.

$$4x - 1 = 5x - 10$$

Agrupo términos semejantes mientras despejo la incógnita.

$$10 - 1 = 5x - 4x$$

Resuelvo y encuentro resultado.

$$9 = x$$



91)  $2\log(x) - 2\log(x+1) = 0$

Cuidado!  
Este ejercicio tiene trampa.

R:

No tiene solución

Planteo la ecuación dada (Recuerda que resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad).

$$2\log(x) - 2\log(x+1) = 0$$



# Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

Aplico propiedad del logaritmo de una potencia y dejo un miembro de la ecuación a cada lado del signo igual	$\log(x)^2 = \log(x+1)^2$	
Considerando que el logaritmo del miembro izquierdo, debe ser igual al logaritmo del miembro de la derecha, entonces los argumentos deben ser iguales (con igual resultado). Por lo tanto:	$x^2 = (x+1)^2$	
Comienzo el despeja de la incógnita (el cuadrado pasa como raíz).	$x = \sqrt{(x+1)^2}$	
<b>Simplifico el cuadrado del binomio con la raíz cuadrada.</b>	$x = x+1$	
Agrupo términos semejantes mientras despejo la incógnita.	$x-x = 1$	
Resuelvo y descubro que <b>no tiene solución.</b>	$0 = 1$	



### 92) $\log_5(x) + \log_5(30) = 3$

R:  $\frac{25}{6}$  O también  $4,1\bar{6}$

Planteo la ecuación dada.	$\log_5(x) + \log_5(30) = 3$
Aplico propiedad del logaritmo de multiplicación.	$\log_5(30x) = 3$
Re escribo ecuación como potencia.	$5^3 = 30x$
Resuelvo la potencia y despejo la variable.	$\frac{125}{30} = x$
Simplifico y encuentro resultado.	$x = \frac{25}{6}$



### 93) $\log(25 - x^3) - 3 \cdot \log(4 - x) = 0$

Cuando no dice la base, es un logaritmo con base 10

R <sub>1</sub> :	$2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$
R <sub>2</sub> :	$2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

Planteo la ecuación dada (Recuerda que resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisfice la igualdad).	$\log(25 - x^3) - 3 \cdot \log(4 - x) = 0$
Aplico propiedad del logaritmo de una potencia y re escribo ec.	$\log(25 - x^3) - \log(4 - x)^3 = 0$
Paso uno de los miembros a la derecha del signo igual	$\log(25 - x^3) = \log(4 - x)^3$
Considerando que el logaritmo del miembro izquierdo, debe ser igual al logaritmo del miembro de la derecha, entonces los argumentos deben ser iguales (con igual resultado). Por lo tanto:	$25 - x^3 = (4 - x)^3$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin-top: 5px;"> <p style="text-align: center; margin: 0;"><b>CUBO DEL BINOMIO</b></p> <p style="margin: 0;"><math>(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3</math></p> <p style="margin: 0;"><math>(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3</math></p> </div>
Desarrollar el cubo del binomio para continuar. Recuerdas?	$25 - x^3 = 64 - 48x + 12x^2 - x^3$
Pasamos todo a un lado de la ecuación, agrupamos términos semejante y resolvemos.	$x^3 - x^3 - 12x^2 + 48x + 25 - 64 = 0$
Al resolver, nos queda una ecuación cuadrática	$-12x^2 + 48x - 39 = 0$
Entonces, sabiendo los coeficientes de la ecuación cuadrática, podremos usar Bhaskara.	$a = -12$ $b = 48$ $c = -39$ <div style="text-align: center; margin-top: 5px;"> <math>x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}</math> </div>
Resolviendo la ecuación, nos encontramos con valores de "x" que satisfacen la ecuación	$x_1 = 2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ $x_2 = 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$





# Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

$$94) \frac{\log_{10}(16 - x^2)}{\log_{10}(3x - 4)} = 2$$

Ambos valores encontrados, son correctos y satisfacen la ecuación?

R <sub>1</sub> :	0
R <sub>2</sub> :	$\frac{12}{5}$

Planteo la ecuación dada (Recuerda que resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad).

$$\frac{\log_{10}(16 - x^2)}{\log_{10}(3x - 4)} = 2$$

Paso el denominador a la parte derecha de la ecuación. Estaba dividiendo y pasa multiplicando.

$$\log_{10}(16 - x^2) = 2 \cdot \log_{10}(3x - 4)$$

Aplico propiedad del logaritmo de una potencia

$$\log_{10}(16 - x^2) = \log_{10}(3x - 4)^2$$

Considerando que el logaritmo del miembro izquierdo, debe ser igual al logaritmo del miembro de la derecha, entonces los argumentos deben ser iguales (con igual resultado). Por lo tanto:

$$16 - x^2 = (3x - 4)^2$$

Desarrollar el cuadrado de un binomio para continuar. Recuerdas?

$$16 - x^2 = 9x^2 - 24x + 16$$

Pasamos todo a un lado de la ecuación, agrupamos términos semejante y resolvemos.

$$16 - 16 + 24x - x^2 - 9x^2 = 0$$

Al resolver, nos queda una ecuación cuadrática

$$-10x^2 + 24x = 0$$

Entonces, sabiendo los coeficientes de la ecuación cuadrática, podremos usar Bhaskara.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

a = -10  
b = 24  
c = 0

Resolviendo la ecuación, nos encontramos con valores de "x" que satisfacen la ecuación.

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \frac{12}{5}$$


$$95) \log(3) + \log(x-1) = \log(2) + \log(x+1)$$

R:	5
----	---

Planteo la ecuación dada (Recuerda que resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad).

$$\log(3) + \log(x-1) = \log(2) + \log(x+1)$$

Utilizando la propiedad del logaritmo en la multiplicación, re escribo la ecuación.

$$\log[3(x-1)] = \log[2(x+1)]$$

Considerando que el logaritmo del miembro izquierdo, debe ser igual al logaritmo del miembro de la derecha, entonces los argumentos deben ser iguales (con igual resultado). Por lo tanto:

$$3(x-1) = 2(x+1)$$

Aplico propiedad distributiva en ambos miembros de la igualdad

$$3x - 3 = 2x + 2$$

Despejo la variable

$$3x - 2x = 2 + 3$$

Resolviendo la ecuación, nos encontramos con el valore de "x" que satisfacen la ecuación.

$$x = 5$$


$$96) \log(15 - 2x) = 2 \cdot \log(x)$$

R:	3
----	---

Planteo la ecuación dada (Recuerda que resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad).

$$\log(15 - 2x) = 2 \cdot \log(x)$$

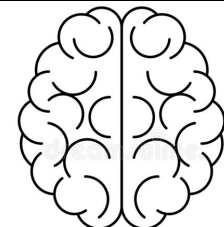
Aplico la propiedad logarítmica de la potencia (Miembro derecho de la ecuación)

$$\log(15 - 2x) = \log(x)^2$$

Considerando que el logaritmo del miembro izquierdo, debe ser igual al logaritmo del miembro de la derecha, entonces los argumentos deben ser iguales (con igual resultado). Por lo tanto:

$$15 - 2x = x^2$$

Paso todos los elementos a un solo lado de la igualdad e igualo a cero la ecuación y nos queda una ecuación cuadrática.

$$-x^2 - 2x + 15 = 0$$


LOADING...



# Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

Entonces, conociendo los coeficientes de la ecuación cuadrática, podremos usar Bhaskara.	$a = -1$ $b = -2$ $c = 15$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Resolviendo la ecuación, nos encontramos con valores de "x" que satisfacen la ecuación. <b>PEROOOO.....</b>	$x_1 = -5$	$x_2 = 3$
El -5 se debe descartar como solución, debido a que el logaritmo de un número negativo no está definido. Por lo tanto, la única solución o valor de x que satisface la ecuación es:	<b><math>x_2 = 3</math></b>	



$$97) \frac{\log_{10}(35 - x^3)}{\log_{10}(5 - x)} = 3$$

R <sub>1</sub> :	<b>2</b>
R <sub>2</sub> :	<b>3</b>

Planteo la ecuación dada (Recuerda que resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad).	$\frac{\log_{10}(35 - x^3)}{\log_{10}(5 - x)} = 3$	
Paso el denominador al otro lado del signo igual (estaba dividiendo pasa multiplicando).	$\log_{10}(35 - x^3) = 3 \cdot [\log_{10}(5 - x)]$	
Aplico propiedad de potencia de un logaritmo.	$\log_{10}(35 - x^3) = \log_{10}(5 - x)^3$	
Considerando que el logaritmo del miembro izquierdo, debe ser igual al logaritmo del miembro de la derecha, entonces los argumentos deben ser iguales (con igual resultado). Por lo tanto:	$35 - x^3 = (5 - x)^3$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto;"> <p style="text-align: center; margin: 0;"><b>CUBO DEL BINOMIO</b></p> <math display="block">(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3</math> <math display="block">(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3</math> </div>	
Resuelvo el cubo del binomio que está planteado a la derecha del signo igual.	$35 - x^3 = -x^3 + 15x^2 - 75x + 125$	
Paso todos los elementos a la izquierda del signo igual, y agrupo términos similares	$-x^3 + x^3 - 15x^2 + 75x + 35 - 125 = 0$	
Resuelvo y queda una ecuación de segundo grado, que deberemos resolver.	$-15x^2 + 75x - 90 = 0$	
Entonces, conociendo los coeficientes de la ecuación cuadrática, podremos usar Bhaskara.	$a = -15$ $b = 75$ $c = -90$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Resolviendo la ecuación, nos encontramos con valores de "x" que satisfacen la ecuación.	$x_1 = 2$	$x_2 = 3$



$$98) \log_{10}(x) = \frac{2 - \log_{10}(x)}{\log_{10}(x)}$$

Presta atención, esto es algo nuevo, se llama: **SUSTITUCIÓN.**

R <sub>1</sub> :	<b>10</b>
R <sub>2</sub> :	$\frac{1}{100}$

Planteo la ecuación dada (Recuerda que resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad).	$\log_{10}(x) = \frac{2 - \log_{10}(x)}{\log_{10}(x)}$	
Muevo los términos para comenzar a resolver	$\log(x) \cdot \log(x) = 2 - \log(x)$	
Multiplico los logaritmos y re escribo ecuación	$(\log(x))^2 = 2 - \log(x)$	
Me doy cuenta, que si paso todo de un solo lado del signo igual, queda como una ecuación cuadrática	$(\log(x))^2 + \log(x) - 2 = 0$	
<b>Si todavía no viste la ecuación cuadrática</b> , entonces sustituyo o reemplazo cada <b>log(x)</b> por una variable, que llamaré "t"	$t^2 + t - 2 = 0$ <span style="float: right;"><b>Ya viste la ecuación?</b></span>	
Entonces, sabiendo los coeficientes de la ecuación cuadrática, podremos usar Bhaskara.	$a = 1$ $b = 1$ $c = -2$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$



# Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

Habiendo encontrado las raíces $t_1$ y $t_2$ de esta ecuación cuadrática, y recordando que habíamos dicho que "t" representaba a $\log(x)$	$t_1: 1$	y	$t_2: -2$
Es decir que $\log(x) = t$ . Hora podemos saber cuanto vale "x", para cada valor de "t". <i>Mira atentamente:</i>	$\log(x) = t_1$		$\log(x) = t_2$
Recuerda que, Cuando no dice la base, es un logaritmo con base <b>10</b>	$\log(x) = 1$		$\log(x) = -2$
Y con Bocaquiusa respondes.....	$10^1 = x$		$10^{-2} = x$
Resuelvo y encuentro resultado.	$x = 10$		$x = \frac{1}{100}$



$$99) \log_5(x) + \frac{\log_5(125)}{\log_5(x)} = \frac{7}{2}$$

Analiza bien, este ejercicio es como el anterior, usaremos una **SUSTITUCIÓN**

R <sub>1</sub> :	$5\sqrt{5}$
R <sub>2</sub> :	25

Planteo la ecuación dada (Recuerda que resolver una ecuación es encontrar el valor de la variable que satisface la igualdad).

$$\log_5(x) + \frac{\log_5(125)}{\log_5(x)} = \frac{7}{2}$$

Multiplico ambos lados de la ecuación por  $\log_5(x)$ . Que seria lo mismo que multiplicar y dividir por ese termino un lado de la ecuación. Ingresamos un elemento si que cambie la ecuación.

$$\log_5(x) \left( \log_5(x) + \frac{\log_5(125)}{\log_5(x)} \right) = \log_5(x) \left( \frac{7}{2} \right)$$

Aplico propiedad distributiva en ambos lados de la ecuación, y resuelvo. Presta atención, que pude eliminála el denominador del segundo termino

$$\left( \log_5(x) \right)^2 + \log_5(125) = \frac{7}{2} \log_5(x)$$

Pasamos todos los términos a la izquierda del signo igual e igualamos a cero la ecuación. Podríamos decir que se parece a una ecuación de segundo grado, aunque nos falta el término independiente u ordenada.

$$\left( \log_5(x) \right)^2 - \frac{7}{2} \log_5(x) + \log_5(125) = 0$$

Resolvemos  $\log_5(125)$  porque ya lo podemos resolver.

$$\log_5(125) = y$$

Transformamos la ecuación logarítmica en su representación exponencial.

$$5^y = 125$$

Expreso ambos miembros como potencias.

$$5^y = 5^3$$

Igualo los exponentes. Encontrando el valor.

$$y = 3$$

Reemplazo en la ecuacion  $\log_5(125)$  por el valor encontrado.

$$\left( \log_5(x) \right)^2 - \frac{7}{2} \log_5(x) + 3 = 0$$

Y aqui usaremos la sustitusion, solo para ver y entender todo. Reemplazamos o sustituimos  $\log_5(x)$  por una variable cualquiera. En este caso la llamaremos "t". Por si no lo entendiste, en donde encontremos  $\log_5(x)$  lo reemplazamos o sustituimos por "t".

$$t^2 - \frac{7}{2}t + 3 = 0$$

**Luego de la sustitución, queda una ecuación de segundo grado que hay que resolver**

Entonces, sabiendo los coeficientes de la ecuación cuadrática, podremos usar Bhaskara.

$$a = 1$$

$$b = -\frac{7}{2}$$

$$c = 3$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Habiendo encontrado las raíces  $t_1$  y  $t_2$  de esta ecuación cuadrática, y recordando que habíamos dicho que "t" representaba a  $\log_5(x)$

$$t_1 = \frac{3}{2}$$

$$t_2 = 2$$

Es decir que  $\log(x) = t$ . Hora podemos calcular cuanto vale "x", para los valores " $t_1$ " y " $t_2$ ". *Mira atentamente:*

$$\log_5(x) = t_1$$

$$\log_5(x) = t_2$$



## Logaritmos (Parte I)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

Planteamos ambos valores (raíces de la ecuación cuadrática), para encontrar los verdaderos valores de "x" que satisfaga la ecuación dada.	$\log_5(x) = \frac{3}{2}$	$\log_5(x) = 2$
Resolvemos ambos logaritmos, llegando a los resultados.	$x_1 = 5\sqrt{5}$	$x_2 = 25$

**¿Para el control de volumen se necesita un potenciómetro lineal o logarítmico?**



**PARA MUY POCOS**

[https://youtu.be/nbumSy\\_KPz4](https://youtu.be/nbumSy_KPz4)