



# Factorización Polinómica (Caso VII)

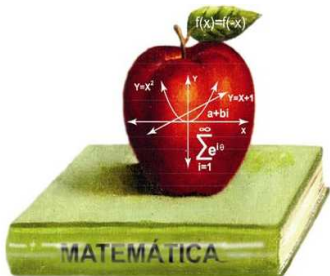
(Método de Gauss)  
(Resumen: Castelli Horacio P.)



Para todos los ejercicios, deberás escribir el enunciado, y el ejercicio propuesto en su carpeta, también deberás realizar y escribir claramente todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

Queda a cargo del alumno hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispone del resultado en todos los casos.

Los ejercicios resueltos, están para que el alumno los analice y entienda el procedimiento.



## Factorización de Polinomios

En las matemáticas y álgebra computacional, la Factorización de polinomios o Factorización Polinómica (también simplemente **Factorrear**) se refiere a "encontrar factores que al multiplicarlos entre si, den como resultado el polinomio".

En todos los casos, partimos de un polinomio (expresión formada por sumas y/o restas de términos o monomios), por ejemplo  $2x^2 + 6x + 4$ . Entonces, factorizar consistirá en encontrar una expresión equivalente, pero expresada como una multiplicación de elementos más simples. Y que para nuestro ejemplo, serán:

$$2.(x + 2).(x + 1)$$

$$\text{Entonces } 2.(x + 2).(x + 1) = 2x^2 + 6x + 4$$

### ¿Por Qué Se Llama "Factorizar" O Factorrear?

FACTORIZACIÓN

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$12 = 4 \cdot 3$$

$$12 = 2 \cdot 6$$

MULTIPLICACIÓN

Porque a los elementos que se multiplican en un producto, se les llama "factores". Por ejemplo, en la multiplicación  $4 \times 3 = 12$ , el 4 y el 3 son los "factores", pero no son los únicos posibles factores. Mira la imagen a la izquierda, y verás que si factorizamos el numero 12, podemos encontrar que tenemos varias posibles combinaciones de factores que componen al 12.



Regresando a los polinomios, podremos asegurar que  $2.(x + 2)$  y  $(x + 1)$  son los factores del polinomio  $2x^2 + 6x + 4$ .



Ecuación Original

Ecuación Factorizada

Resumiendo:

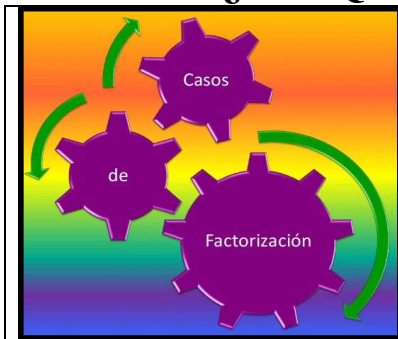
$$2x^2 + 6x + 4$$



$$2.(x + 2) \text{ y } (x + 1)$$

No desesperes...Un Poquito más abajo se explica todo paso a paso...

### ¿Para Qué Sirve y Como Se Factoriza Un Polinomio?



Por ejemplo, tener factorizada la fórmula de una función Polinómica, sirve para encontrar o visualizar los "ceros" o "raíces"; también para simplificar eliminando elementos comunes en el numerador y denominador de una fracción (ecuaciones polinómicas fraccionarias). En muchas ocasiones, factorizar nos permite trabajar con multiplicaciones en vez de sumas y restas. Finalmente, Factorizar Polinomios nos mantienen ocupados por un largo rato... :)

Existen varios métodos de Factorización, entre los cuales hay un caso especial, que acá estudiaremos:



# Factorización Polinómica (Caso VII)

(Método de Gauss)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

- 1) **Primer Caso:** Factor Común.
- 2) **Segundo Caso:** Factor Común en Grupos.
- 3) **Tercer Caso:** Trinomio Cuadrado Perfecto.
- 4) **Cuarto Caso:** Cuatrinomio Cubo Perfecto.
- 5) **Quinto Caso:** Diferencia de Cuadrados.
- 6) **Sexto Caso:** Sumas o Restas de Potencias de Igual Grado.
- 7) **Séptimo Caso:** **Método de Gauss.**

De todos estos casos de factorización, en esta guía estudiaremos el séptimo caso: **Método de Gauss.**

## ¿Qué dice el Teorema de Gauss?

Es posible encontrar una raíz de un polinomio entre los divisores de su término independiente, o entre las fracciones que se puedan formar entre los divisores de su término independiente y su coeficiente principal. (Esto se repetirá varias veces, para que siempre lo recuerdes).

## Como Diferenciar el Sexto y Séptimo Caso?

Sexto Caso: Se aplica en polinomios de dos términos, que sean suma o resta de potencias de igual grado.

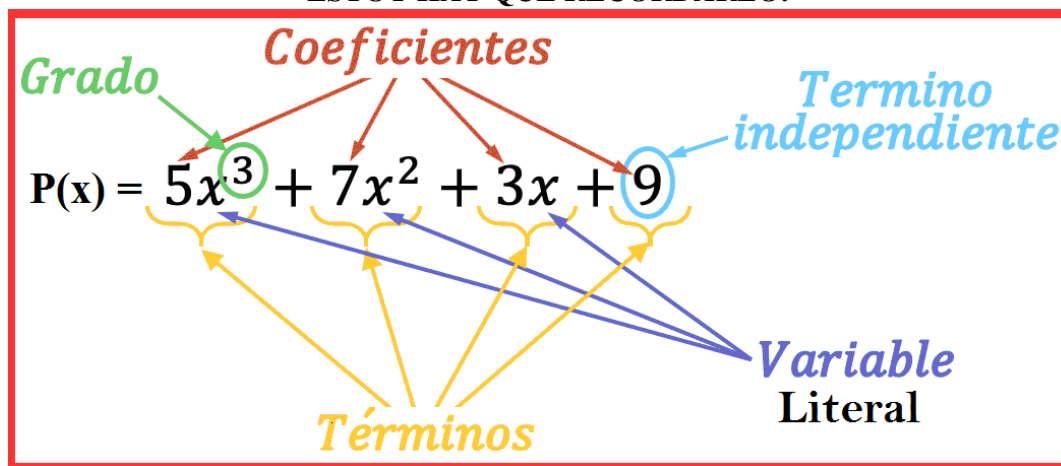
Séptimo Caso (Factorización con Gauss): Se aplica en polinomios de cualquier cantidad de términos, que tengan un término independiente. Y si no tiene término independiente?. Seguro podremos extraer "x" como factor común, tantas veces como sea necesario, hasta que el polinomio resultante tenga término independiente, o podamos resolver por algún otro caso de factorización.

## ¿Cuándo me Conviene Aplicar este Caso en un Polinomio?

Este Caso conviene dejarlo como último recurso, cuando no se puede aplicar ninguno de los casos anteriores.

Y es importante destacar, que aunque es muy simple factorizar, lo más importante es comprender que, solo la práctica nos permitirá reconocer cuando estamos en presencia de un caso u otro, en consecuencia, identificar que procedimiento aplicar.

**ESTOY HAY QUE RECORDARLO.**





# Factorización Polinómica (Caso VII)

(Método de Gauss)

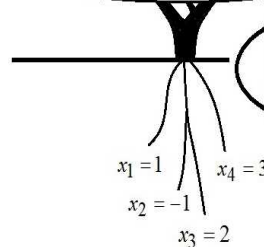
(Resumen: Castelli Horacio P.)

## Séptimo CASO: Método de Gauss

### Y Para Factorizar, Que Debo Hacer?

Primero lo primero. El **teorema de Gauss** nos dice que, las posibles raíces de un polinomio se obtienen mediante del cociente entre los divisores del término independiente y los divisores del coeficiente principal (coeficiente del término de mayor grado).

$$P(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6$$



Qué bonito es poder ver las raíces a los polinomios



### Veamos paso a paso, como llegar al resultado

- Por ejemplo, imaginemos que tenemos un polinomio de grado 4:

$$P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

- Las posibles raíces del polinomio, serán todos los cocientes entre cada divisor del termino independiente (coeficiente e) y los divisores de "a" (coeficiente del termino de mayor grado o coeficiente principal).

$$\text{Posibles Raíces} = \frac{\text{Divisores de e}}{\text{Divisores de a}}$$

#### A tener en cuenta:

- Recordar que el número de raíces de un polinomio coincide con el grado de ese polinomio.
- Generalmente resulta **más simple** y menos laborioso, si el **polinomio está normalizado**.

- Tendremos que ir calculando los cocientes de todas las combinaciones entre los divisores del término independiente y cada divisor del coeficiente principal.

- Para calcular cuales de estas **posibles** raíces son las verdaderas **raíces del polinomio**, aplicamos el teorema del resto, es decir, valuaremos cada posible raíz en el polinomio y **serán raíces** aquellas que hagan que el valor del polinomio sea cero. Tambien podríamos probar con Ruffini, cuales tienen resto igual a cero.

- Una vez encontradas todas las raíces del polinomio, ahora debemos expresar el polinomio como el producto de sus factores:

$$P(x) = a.(x - r_1).(x - r_2).(x - r_3).(x - r_4)$$

#### A tener en cuenta:

- "a" es el coeficiente principal del polinomio.
- $r_1, r_2, r_3$  y  $r_4$  son las raíces del polinomio.
- **Recordar que:** el número o cantidad de raíces de un polinomio, coincide con el grado de ese polinomio.
- **Importante Saber:** Este método nos permite encontrar fácilmente las raíces fraccionarias.

## Repasemos Todo lo Dicho, pero con Ejemplos Resueltos y Explicados.

1) Factorizar los siguientes polinomios. Utilizar el **Método de Gauss**

a)  $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6$

El caso más simple:

R:

$$1.(x-3).(x-2).(x-1).(x+1)$$

Los **divisores** del término independiente (para nuestro ejemplo es -6) serán:  $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$ .

Los **divisores** del Coeficiente del termino de mayor grado (para nuestro ejemplo es 1) será:  $\pm 1$ .

Cuando a es igual a 1 (uno) las **posibles raíces** serán los divisores del termino independiente. En este caso se realiza todo el procedimiento para explicarlo en un caso simple.

Comenzamos el análisis de las posibles raíces, lo que nos resultará fácil, ya que los divisores del Coeficiente del termino de mayor grado es 1 (uno) y solo tenemos dos posibles divisores  $\pm 1$ .

Recordar que: Posibles Raíces =  $\frac{\text{Divisores de e}}{\text{Divisores de a}}$

**Encontraremos muchas combinaciones, pero** con seguridad, encontraremos que la mitad o mas de la mitad están repetidos y se pueden eliminar

Posibles Raíces encontradas calculando los **cocientes** entre los divisores del termino independiente y el **primer divisor del coeficiente de mayor grado: -1 (menos uno)**.

$$\frac{\text{Div. Término Indep.}}{-1}$$

$$\frac{-1}{-1} = 1$$

$$\frac{-2}{-1} = 2$$

$$\frac{-3}{-1} = 3$$

$$\frac{-6}{-1} = 6$$

$$\frac{1}{-1} = -1$$

$$\frac{2}{-1} = -2$$

$$\frac{3}{-1} = -3$$

$$\frac{-6}{1} = -6$$

Posibles Raíces encontradas calculando los **cocientes** entre los divisores del termino independiente y el **Segundo divisor del coeficiente del termino de mayor grado: 1 (uno)**.

$$\frac{\text{Div. Término Indep.}}{1}$$

$$\frac{-1}{1} = -1$$

$$\frac{-2}{1} = -2$$

$$\frac{-3}{1} = -3$$

$$\frac{-6}{1} = -6$$

$$\frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{3}{1} = 3$$

$$\frac{6}{1} = 6$$

Listado de **TODAS** las Posibles Raíces (con las repeticiones eliminadas)

**-6 -3 -2 -1 1 2 3 6**



# Factorización Polinómica (Caso VII)

(Método de Gauss)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

- Procedemos a evaluar el polinomio  $(x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6)$  con cada una de las posibles raíces encontradas, y serán raíces aquellas que hagan que el valor del polinomio sea cero.

Usamos -6:  $P(-6) = (-6)^4 - 5(-6)^3 + 5(-6)^2 + 5(-6) - 6 = 1296 - 5(-216) + 5(36) + 5(-6) - 6 = 1296 + 1080 + 180 - 30 - 6 = 2520$  (-6 No es Raíz)

Usamos -3:  $P(-3) = (-3)^4 - 5(-3)^3 + 5(-3)^2 + 5(-3) - 6 = 81 - 5(-27) + 5(9) + 5(-3) - 6 = 81 + 135 + 45 - 15 - 6 = 240$  (-3 No es Raíz)

Usamos -2:  $P(-2) = (-2)^4 - 5(-2)^3 + 5(-2)^2 + 5(-2) - 6 = 16 - 5(-8) + 5(4) + 5(-2) - 6 = 16 + 40 + 20 - 10 - 6 = 60$  (-2 No es Raíz)

Usamos -1:  $P(-1) = (-1)^4 - 5(-1)^3 + 5(-1)^2 + 5(-1) - 6 = 1 - 5(-1) + 5(1) + 5(-1) - 6 = 1 + 5 + 5 - 5 - 6 = 0$  -1 SI ES RAÍZ

Usamos 1:  $P(1) = (1)^4 - 5(1)^3 + 5(1)^2 + 5(1) - 6 = 1 - 5(1) + 5(1) + 5(1) - 6 = 1 + 5 + 5 - 5 - 6 = 0$  1 SI ES RAÍZ

Usamos 2:  $P(2) = (2)^4 - 5(2)^3 + 5(2)^2 + 5(2) - 6 = 16 - 5(8) + 5(4) + 5(2) - 6 = 16 - 40 + 20 + 10 - 6 = 0$  2 SI ES RAÍZ

Usamos 3:  $P(3) = (3)^4 - 5(3)^3 + 5(3)^2 + 5(3) - 6 = 81 - 5(27) + 5(9) + 5(3) - 6 = 81 - 135 + 45 + 15 - 6 = 0$  3 SI ES RAÍZ

Usamos 6:  $P(6) = (6)^4 - 5(6)^3 + 5(6)^2 + 5(6) - 6 = 1296 - 5(216) + 5(36) + 5(6) - 6 = 1296 + 1080 - 180 + 30 - 6 =$  (6 No es Raíz)

Habiendo encontrado las raíces (-1, 1, 2 y 3), las escribimos con el formato que se expresan los polinomios factorizados  $P(x) = a.(x - r_1).(x - r_2).(x - r_3).(x - r_4)$ , Recuerda que "a" es el coeficiente del termino de mayor grado (para nuestro ejemplo es 1); quedando así:

$$P(x) = 1.(x + 1).(x - 1).(x - 2).(x - 3)$$

## ¿Cómo Puedo Saber Si Factoricé Correctamente?

Multiplicando los factores que obtuvimos tenemos que poder llegar a la misma expresión de sumas y/o restas de la que partimos. De esta forma estamos haciendo una "verificación". Recordemos que cuando factorizamos, obtuvimos una expresión equivalente a la original, pero con distinta forma, de multiplicación.



Para verificar el resultado obtenido, solo debemos realizar el producto de los factores, es decir  $P(x) = 1.(x + 1).(x - 1).(x - 2).(x - 3)$ .



Con coeficiente principal Igual a 1 - Ejercicios de los más fáciles.

b)  $x^4 - 15x^2 + 10x + 24$

R:  $1.(x + 1).(x - 2).(x - 3).(x + 4)$

Los divisores del término independiente (para nuestro ejemplo es 24) serán:  $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 12, \pm 24$ .

Los divisores del Coeficiente del término de mayor grado (para nuestro ejemplo es 1) será:  $\pm 1$ .

Cuando el coeficiente de mayor grado (a) es igual a 1 (uno) las posibles raíces serán los divisores del término independiente.

Recordar que: Posibles Raíces =  $\frac{\text{Divisores de } e}{\text{Divisores de } a}$

Encontraremos muchas combinaciones, pero con seguridad, encontraremos que la mitad o mas de la mitad están repetidos y se pueden eliminar



c)  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

R:  $1.(x-1).(x-3).(x+2)$



d)  $x^4 + 6x^3 + 8x^2 - 6x - 9$

R:  $1.(x-1).(x+1).(x+3)^2$



e)  $x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 12x + 4$

R:  $1.(x+1)^2.(x+2)^2$



Con coeficiente principal distinto de 1, pero factorizando lo simplificamos

f)  $3x^4 + 6x^3 - 39x^2 - 42x + 72$

R:  $3.(x-3).(x-1).(x+2).(x+4)$

- Lo primero, siempre que se pueda, extraemos factor común (caso I). Esto simplificará mucho la tarea.

$$3.(x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24)$$

- A continuación, sin olvidarnos del 3 (factor común), escribimos los divisores del término independiente del nuevo polinomio  $(x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24)$  que ahora es 24:  $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 12, \pm 24$ .

- También, los divisores del nuevo Coeficiente del término de mayor grado, que luego de extraer el factor común quedó en 1 (uno):  $\pm 1$ .

Al extraer el factor común 3 (tres) se simplifico muchísimo el procedimiento, ya que el polinomio quedo normalizado (a con valor 1).

- Repetimos el análisis realizado en el primer ejercicio, es decir, el cociente de cada uno de los divisores del término



# Factorización Polinómica (Caso VII)

(Método de Gauss)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

independiente con los divisores del coeficiente del termino de mayor grado (siempre usando el nuevo polinomio).

- Ordenados los resultados y eliminadas las repeticiones, quedan como posibles raíces: -24, -12, -8, -6, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

- Valuamos el polinomio ( $x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24$ ) con cada una de las posibles raíces encontradas, siempre recuerda que **serán raíces**, aquellas que hagan que el valor del polinomio sea cero. (También podríamos hacerlo con Ruffini)

- Raíces encontradas y verificadas: -4, -2, 1, 3.

- Según el método de Gauss, para factorizar polinomios el polinomio descompuesto tiene esta forma:

$$P(x) = a.(x - r_1).(x - r_2).(x - r_3).(x - r_4)$$

Entonces, con las raíces que encontramos, expresamos el polinomio factorizado (Recuerda multiplicar todo por el coeficiente del termino de mayor grado, en este caso  $a = 3$ ):

$$P(x) = 3.(x-3).(x-1).(x+2).(x+4)$$

g)  $-x^3 + 4x^2 - x - 6$

R:  $-1.(x+1).(x-2).(x-3)$

h)  $5x^3 + 10x^2 - 25x - 30$

R:  $5.(x+1).(x-2).(x+3)$

Con coeficiente principal distinto de 1. Y ahora, no extraemos factor común.

i)  $2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$

R:  $2.(x+2).(x-3).(x - \frac{1}{2})$

Primero, **siempre que se pueda**, extraemos factor común (caso I). Esto simplificará mucho la tarea. Pero si no podemos, simplemente *procedemos a encontrar las posibles raíces, como aprendimos con este método*: calculando los cocientes de todas las combinaciones entre los divisores del término independiente y cada divisor del coeficiente principal.

- Escribimos los divisores del término independiente:  $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6$ .

- También, los divisores del Coeficiente del término de mayor grado, que en este caso es 2 (dos):  $\pm 1, \pm 2$ .

Para comprobar si un valor es verdaderamente una raíz, podremos:

- Hacer la división usando el formato  $(x-a)$ .
- Valuar el polinomio.
- Con el método de Ruffini.

En este caso, haremos las comprobaciones con Ruffini.

Ordenamos y completamos el polinomio para colocar los coeficientes

	2	-3	-11	6
-2		-4	14	-6
	2	-7	3	0
3		6	-3	
	2	-1	0	
$\frac{1}{2}$		1		
	2	0		

- De todas las posibles raíces, Comprobamos que estas son: -2, 3 y  $\frac{1}{2}$

**Y Para Finalizar:** Según el método de Gauss, el polinomio factorizado tiene esta forma:

$$P(x) = a.(x - r_1).(x - r_2).(x - r_3).(x - r_4)$$

Entonces, con las raíces que encontramos, expresamos el polinomio factorizado como:

$$2.(x+2).(x-3).(x - \frac{1}{2})$$

**A tener en cuenta:** Hay que multiplicar todo por el coeficiente del termino de mayor grado, en este caso  $a = 2$ , *pero si prestas atención*, esto ya te lo dice Ruffini, ya que justamente te queda un 2, que ya no puedes dividir.

j)  $-4x^4 + 12x^3 - 7x^2 - 3x + 2$

R:  $-4.(x-1).(x + \frac{1}{2}).(x - \frac{1}{2})$

k)  $\frac{1}{2}x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 4x$

R:  $\frac{1}{2}x(x-2)^3$

l)  $-4x^3 + 7x - 3$

R:  $-4(x-1)(x - \frac{1}{2})(x + \frac{3}{2})$



# Factorización Polinómica (Caso VII)

(Método de Gauss)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

## Videos Recomendados

Factorización de POLINOMIOS - TEOREMA de GAUSS | <https://www.youtube.com/watch?v=xmgLTD5-JHk>



- 2) Usando el Método de Gauss, factorizar los siguientes polinomios y verifica que todos estén correctamente resueltos. Siempre escribe claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

Tú deberás realizar la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a)  $x^4 + x^3 - x^2 - x$

Prueba extrayendo factor Cuman "x"  
Y Factorizando el nuevo polinomio.

R:  $x \cdot (x-1) \cdot (x+1)^2$



b)  $\frac{x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 8x}{2}$

R:  $\frac{1}{2}x(x-2)^3$



c)  $2x^3 + \frac{5}{6}x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{12}$

R:  $2\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right)$

**ESTA HISTORIA CONTINUARA.....  
LOS  
MANTENDREMOS INFORMADOS.**