



Factorización Polinómica (Caso II)

(Factor Común por grupos)

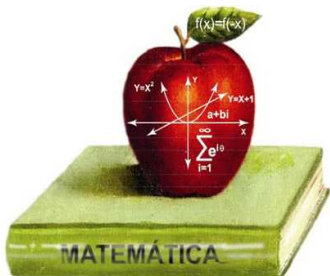
(Resumen: Castelli Horacio P.)



Para todos los ejercicios, deberás escribir el enunciado, y el ejercicio propuesto en su carpeta, también deberás realizar y escribir claramente todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

Queda a cargo del alumno hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispone del resultado en todos los casos.

Los ejercicios resueltos, están para que el alumno los analice y entienda el procedimiento.



En las matemáticas y álgebra computacional, la Factorización de polinomios o Factorización Polinómica (también simplemente **Factorear**) se refiere a "encontrar factores que al multiplicarlos entre si, den como resultado el polinomio".

En todos los casos, partimos de un polinomio (expresión formada por sumas y/o restas de términos o monomios), por ejemplo $x^2 + 3x + 2$. Entonces, factorizar consistirá en encontrar una expresión equivalente, pero expresada como una multiplicación de elementos más simples. Y que para nuestro ejemplo, serán:

$$(x + 2).(x + 1)$$

$$\text{Entonces } (x + 2).(x + 1) = x^2 + 3x + 2$$

¿Por Qué Se Llama "Factorizar" O Factorear?

FACTORIZACIÓN

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$12 = 4 \cdot 3$$

$$12 = 2 \cdot 6$$

MULTIPLICACIÓN

Porque a los elementos que se multiplican en un producto, se les llama "factores". Por ejemplo, en la multiplicación $4 \times 3 = 12$, el 4 y el 3 son los "factores", pero no son los únicos posibles factores. Mira la imagen a la izquierda, y verás que si factorizamos el numero 12, podemos encontrar que tenemos varias posibles combinaciones de factores que componen al 12.



Regresando a los polinomios, podremos asegurar que $(x + 2)$ y $(x + 1)$ son los factores del polinomio $x^2 + 3x + 2$.



Ecuación Original

Ecuación Factorizada

Resumiendo:

$$x^2 + 3x + 2$$



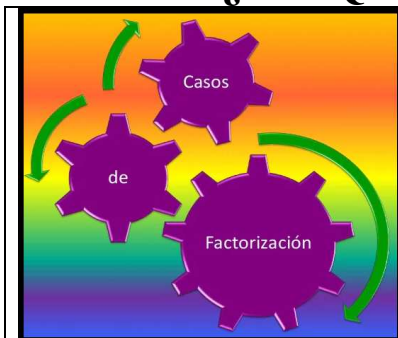
$$(x + 2).(x + 1)$$

No desesperes...Un Poquito más abajo se explica todo paso a paso...

¿Para Qué Sirve y Como Se Factoriza Un Polinomio?

Por ejemplo, tener factorizada la fórmula de una función Polinómica, sirve para encontrar o visualizar los "ceros" o "raíces"; también para simplificar eliminando elementos comunes en el numerador y denominador de una fracción (ecuaciones polinómicas fraccionarias). En muchas ocasiones, factorizar nos permite trabajar con multiplicaciones en vez de sumas y restas.

Finalmente, Factorizar Polinomios nos mantienen ocupados por un largo rato... Existen varios métodos de Factorización, entre los cuales hay un caso especial, que acá estudiaremos:





Factorización Polinómica (Caso II)

(Factor Común por grupos)

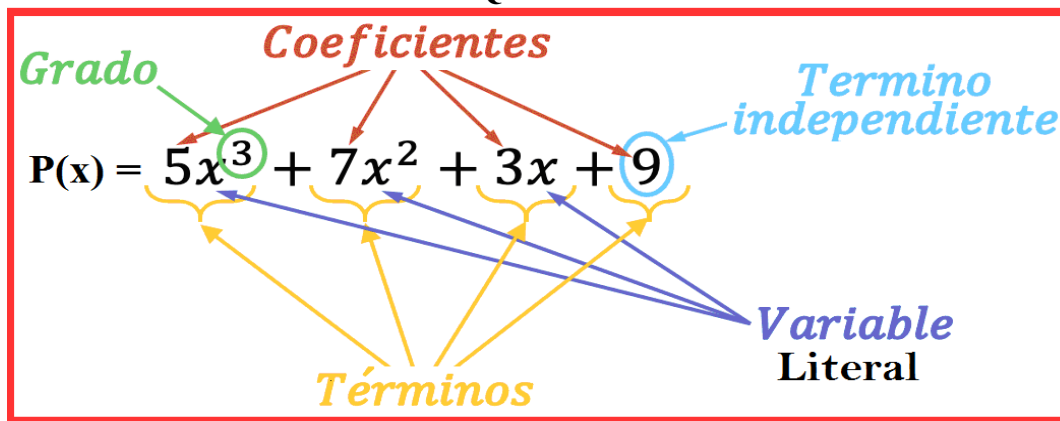
(Resumen: Castelli Horacio P.)

- 1) **Primer Caso:** Factor Común.
- 2) **Segundo Caso:** Factor Común en Grupos.
- 3) **Tercer Caso:** Trinomio Cuadrado Perfecto.
- 4) **Cuarto Caso:** Cuatrinomio Cubo Perfecto.
- 5) **Quinto Caso:** Diferencia de Cuadrados.
- 6) **Sexto Caso:** Sumas o Restas de Potencias de Igual Grado.
- 7) **Método de Gauss** **Factoreo.**

De todos estos casos, en esta guía estudiaremos el segundo caso, **Factor Común por Grupos.**

Y es importante destacar, que aunque es muy simple factorizar, lo más importante es comprender que, solo la práctica nos permitirá reconocer cuando estamos en presencia de un caso u otro, en consecuencia, identificar que procedimiento aplicar.

ESTO HAY QUE RECORDARLO.



SEGUNDO CASO: FACTOR COMÚN EN GRUPOS.

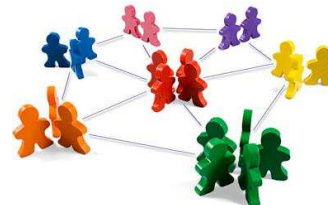
Y Para Factorizar, Que Debo Hacer?

Podemos considerar que es lo mismo que en el primer caso de factoreo (factor común), pero encontraremos más de un factor común, entonces armamos grupos distintos (cada grupo tendrá un factor común).

Tendré que formar dos o más grupos con factores comunes diferentes.

Recordar que cada grupo esta separado de los otros con el signo + (más) o el signo - (menos).

Para que recuerdes: es obtener un Factor común, con el resultado de un factor común.



$am+bm+an+bn$

Veamos paso a paso, como llegar al resultado

R: $(a+b)(m+n)$

Si prestamos atención, encontraremos que hay dos grupos de monomios: los que tienen una "m" y los que tienen una "n", aunque también podríamos decir que hay un grupo de monomios que contienen una "a" y otro grupo de monomios que tienen una "b"

$$am + bm + an + bn$$

Podemos agrupar por cualquiera de los dos criterios pero...

Solo porque me gusto más, agrupemos por un lado los que tienen una letra "m" y por el otro los que tienen la letra "n"

$$(am + bm) + (an + bn)$$

Ya casi podemos resolver el ejemplo, donde "m" es el factor Común del primer grupo, y "n" el factor común del segundo grupo.

$$m(a + b) + n(a + b)$$

Ya casi terminamos, pero podemos dar un paso más, ya que ahora, (a+b) es un factor común a los dos monomios.

$$(a + b)(m + n)$$

Y ahora si, podemos decir que terminamos, y que **$(a+b)(m+n)$** es el polinomio Factorizado.



Factorización Polinómica (Caso II)

(Factor Común por grupos)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

Si no entendiste la explicación, este video (segundo ejemplo en el video), te ayudará: <https://youtu.be/L5h7NLwn9cg?t=122>

Video Recomendado (contiene 3 ejemplos)

Factor Común Por Grupos <https://youtu.be/L5h7NLwn9cg>



¿Cómo Puedo Saber Si Factoricé Correctamente?

Multiplicando los factores que obtuvimos tenemos que poder llegar a la misma expresión de sumas y/o restas de la que partimos. De esta forma estamos haciendo una "verificación". Recordemos que al factorizar, estamos obteniendo una expresión equivalente a la original, pero con distinta forma (de multiplicación).

Continuando con el primer ejemplo de Factor Común Por Grupos, hacemos la verificación.

Con el resultado obtenido " $(a+b)(m+n)$ ", debemos realizar la verificación.

Simplemente, aplicamos la propiedad distributiva, y ordenamos los terminos.

$$am + bm + an + bn$$

Y al obtener como resultado, el ejercicio original, podemos estar seguros que hemos factorizado bien.

Video Recomendado

Multiplicación de Binomios <https://youtu.be/WsLxwEHznvE>



- 1) Factorar los siguientes polinomios y verifica que todos estén correctamente resueltos. Siempre escribe claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado. **Presta atención**, que hay pequeñas diferencias entre los ejercicios.

Tú deberás realizar la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a) $x^3 + 3x^2 - 6x - 18 = 0$

Te muestro como resolverlo sin mucha explicación

R: $(x^2 - 6)(x + 3)$

Termino 01 y 02:

Primero identifico los grupos, y extraigo el factor común de ambos grupos. Del Primero " x^2 " y del segundo "-6"

$$\begin{aligned} & \boxed{x^3 + 3x^2} - \boxed{6x - 18} = 0 \\ & \downarrow \qquad \qquad \downarrow \\ & x^2(x + 3) \quad -6(x + 3) \\ & \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ & \qquad \qquad \qquad (x + 3)(x^2 - 6) \end{aligned}$$

Termino 03 - Termino:

Nuevamente extraigo el factor común, que en esta ocasión es $(x+3)$

Quedando ya resuelta la Factorización.



b) $x^3 - 2x^2 + 5x - 10$

Si no lo puedes resolver solo, mira el video

R: $(x-2)(x^2+5)$

Video 01 - Factor Común Por Grupos <https://youtu.be/L5h7NLwn9cg>



c) $4a + 4b + xa + xb$

(Con valores Positivos)

R: $(a + b).(4 + x)$

Paso 01

$$4.(a + b) + x.(a + b)$$

Paso 02 - Termino

$$(a + b).(4 + x)$$



d) $4a - 4b + xa - xb$

(Con Sumas y Restas)

R: $(a - b).(4 + x)$

Paso 01

$$4.(a - b) + x.(a - b)$$

Paso 02 - Termino

$$(a - b).(4 + x)$$





Factorización Polinómica (Caso II)

(Factor Común por grupos)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

e) $4a - 4b - xa + xb$ (Resultados "opuestos") **R:** $(a - b).(4 - x)$

Paso 01 $4.(a - b) + x.(-a + b)$

Paso 02 (Que pasa con el signo?) $4.(a - b) - x.(a - b)$

Paso 03 - Terminó $(a - b).(4 - x)$

f) $xb - 4b + 4a - xa$ (Resultados "opuestos") - Que cambio con el anterior? **R:** $(a - b).(4 - x)$

Paso 01 $4.(a - b) + x.(b - a)$

Paso 02 $4.(a - b) - x.(a - b)$

Paso 03 - Terminó $(a - b).(4 - x)$

g) $-4a - 4b - xa - xb$ (Cuidado, todos los términos son negativos). **R:** $(a + b).(-4 - x)$

Paso 01 $-4.(a + b) - x.(a + b)$

Paso 02 $(a + b).(-4 - x)$

Paso 03 - Terminó $(a + b).(-4 - x)$

h) $4x^2a + 3y + 12ax + yx$ (Agrupando términos no consecutivos) **R:** $(x + 3).(4ax + y)$

Paso 01 $4ax.(x + 3) + y.(3 + x)$

Paso 02 - Terminó $(x + 3).(4ax + y)$

i) $4a - 7x^2a + ya + 4z - 7x^2z + yz$ (Muchos Términos.!) **R:** $(4 - 7x^2 + y).(a + z)$

Paso 01 $a.(4 - 7x^2 + y) + z.(4 - 7x^2 + y)$

Paso 02 - Terminó $(4 - 7x^2 + y).(a + z)$

j) $4x^3 - 4x^2 + x - 1$ (Parece que no, pero se puede.!) **R:** $(x - 1).(4x^2 + 1)$

Paso 01 $4x^2.(x - 1) + x - 1$

Paso 02 - Cuidado.! $4x^2.(x - 1) + 1.(x - 1)$

Paso 03 - Terminó $(x - 1).(4x^2 + 1)$

Si algún paso no lo entiendes, Aplica propiedad distributiva y analiza el resultado.



2) Y ahora, **a resolver Solo!** Siempre escribe claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú deberás realizar la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a) $ax - 2bx - 2ay + 4by$ **R:** $(a-2b).(x-2y)$

b) $a^2x^2 - 3bx^2 + a^2y^2 - 3by^2$ **R:** $(a^2-3b).(x^2+y^2)$

c) $3m - 2n - 2nx^4 + 3mx^4$ **R:** $(-2n+3m).(1+x^4)$

d) $x^2 - a^2 + x - a^2x$ **R:** $(x+1).(x-a^2)$



Factorización Polinómica (Caso II)

(Factor Común por grupos)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

e) $4a^3 - 1 - a^2 + 4a$

R: $(4a-1).(a^2+1)$



f) $6x^2 + 3x + 20x + 10$

R: $(2x+1).(3x+10)$



g) $x^2 + 3x + 2x + 6$

R: $(x+3).(x+2)$



h) $3x^2 - 6x + 15x - 30$

R: $3.(x-2).(x+5)$



i) $2x^2 + x + 4x + 2$

R: $(x+2).(2x+1)$



3) **Factorizar.** Esto si que es otro nivel!. Siempre escribe claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú deberás realizar la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a) $2x^2 + 17x + 30$

Y que debemos hacer?

R: $(2x+5).(x+6)$

A "17x" lo pienso como "5x + 12x"

Paso 01

$$2x^2 + 5x + 12x + 30$$

Ahora puedo sacar "x" como factor común del primer y segundo elemento y luego "6" del tercero y cuarto elemento.

Paso 02

$$x(2x+5) + 6(2x + 5)$$

Encuentro que "(2x+5)" es factor común en ambos miembros.

Paso 03- Terminó

$$(2x+5).(x+6)$$



b) $2x^2 + 16x + 30$

R: $2.(x + 5).(x + 3)$

Este polinomio, al igual que la mayoría, tiene más de una forma de ser factorizado, y todas están bien. Acá te mostraré dos. Si comprendes ambas, siempre te resultara más fácil resolver este tipo de problemas, y si se te ocurre otra, siempre podrás verificarla, multiplicando los factores que obtuvimos y llegando al ejercicio original.

Primera Forma:	Partiendo del Polinomio dado " $2x^2 + 16x + 30$ "
Paso 01	$2x^2 + 10x + 6x + 30$
Paso 02	$2x(x + 5) + 6(x + 5)$
Paso 03- Terminó	$(x + 5).(2x + 6)$
Paso 04 - Mejor	$2.(x + 5).(x + 3)$

Segunda Forma:	Partiendo del Polinomio dado " $2x^2 + 16x + 30$ "
Paso 01	$2(x^2 + 8x + 15)$
Paso 02	$2(x^2 + 3x + 5x + 15)$
Paso 03	$2(x(x+3) + 5(x+3))$
Paso 04	$2((x+3)(x+5))$
Paso 05 - Terminó	$2(x+3)(x+5)$



c) $2x^2 + 6x + 4$

R: $2(x+2)(x+1)$

Primero saco el 2 como Factor Común y trabajo con lo que queda en el paréntesis

Paso 01	$2(x^2 + 3x + 2)$
---------	-------------------



Factorización Polinómica (Caso II)

(Factor Común por grupos)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

Paso 02 - Pienso el "3x" como "2x+x"	$2(x^2+x+2x+2)$
Paso 03	$2(x(x+1)+2(x+1))$
Paso 04 - Termino	$2(x+2)(x+1)$



d) $4x^2 + 13x + 9$

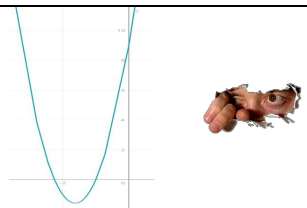
(Puedes pensar que $4x+9x=13x$)

R: $(x+1).(4x+9)$

Habiendo factorizado la ecuación, eres capaz de visualizar raíces, ordena y graficarla?

Verificar usando Fórmula de Bhaskara, Ruffini y compara con los datos que puedes visualizar en el polinomio Factorizado.

A la derecha te dejo la grafica para que compares resultados.



e) $x^2 + x - 20$

Mira que fácil es resolver esto!

R: $(x+5).(x-4)$

Como veras, hay solo una "x", pero para factorizar, necesitamos mas elementos dentro de la ecuación, así que podemos imaginar que esa única "x" fue el resultado de alguna suma o resta entres varios términos que tenían solo "x"; por ejemplo "5x-4x" estaría perfecto, porque esa operación que imagine, tiene como resultado "x". (regresa y lee otra vez este párrafo, entiéndelo).

Paso 01- Pienso la "x" como "5x - 4x"	$x^2 + 5x - 4x - 20$
Paso 02 - Ahora puedo sacar Factor Común	$x(x+5) - 4(x+5)$
Paso 03 - Nuevamente Factor Común y termino	$(x+5).(x-4)$



f) $x^2 - 3x - 10$

Y?.. Podes?

R: $(x+2).(x-5)$

Paso 01- Pienso a "3x" como "2x - 5x"	$x^2 + 2x - 5x - 10$
Paso 02	$x(x+2) - 5(x+2)$
Paso 03 - termino	$(x+2).(x-5)$



g) $x^2 - 7x + 6$

(-x -6x = -7x)

R: $(x-1).(x-6)$



h) $x^2 + 5x + 6$

(3x +2x = 5x)

R: $(x+3).(x+2)$



i) $3x^2 + 9x - 30$

(- 6x + 15x = 9x)

R: $3.(x-2).(x+5)$



j) $2x^2 + 5x + 2$

(x + 4x = 5x)

R: $(x+2).(2x+1)$



k) $3x^2 + 10x + 3$

(9x + x = 10x)

R: $(x+3).(3x+1)$



l) $x^2 + 2x + 1$

R: $(x+1)^2$

Presta mucha atención que esto es nuevo

Paso 01 - Pienso el "2x" como "x+x"	$x^2 + x + x + 1$
Paso 02	$x(x+1) + 1(x+1)$



Factorización Polinómica (Caso II)

(Factor Común por grupos)

(Resumen: Castelli Horacio P.)

Paso 03	$(x+1).(x+1)$
Paso 04 - Esto es lo nuevo	$(x+1)^2$



m) $2y^3 + y^2 + 8y^2 + 4y$ 1)- Saco factor Común y
2)- rabajo con lo que esta dentro del paréntesis **R:** $y.(y+4).(2y+1)$



n) $3x^3 - 6x^2 + 15x - 30$ $3x^2(x-2) + 15(x-2)$ **R:** $(x-2).(3x^2+15)$



o) $3x^2y - 2x^2y + 6x^2y + x^3$ En este caso, prueba sumando los elementos homólogos, donde la ecuación queda: $7x^2y+x^3$ **R:** $x^2(7y+x)$

4) Factoriza y Simplifica.

a) $\frac{x^3 - 2x^2 + 5x - 10}{x^2 + 5}$ **Mira más abajo y muy atentamente** **R:** $(x-2)$

Recuerda que este tipo de ejercicios hay que resolverlos por partes. Entonces Factoricemos el numerador y el denominador quedara como está.

$$\frac{x^3 - 2x^2 + 5x - 10}{x^2 + 5} = \frac{(x^3 - 2x^2) + (5x - 10)}{x^2 + 5} = \frac{x^2(x-2) + 5(x-2)}{(x-2)(x^2+5)}$$

La Ecuación Polinómica queda entonces:

$$\frac{(x-2)(x^2+5)}{x^2+5}$$

Elimino (simplifico) el binomio que se encuentra en el numerador y denominador.

$$\frac{(x-2)\cancel{(x^2+5)}}{\cancel{(x^2+5)}}$$

Quedando como resultado: $(x-2)$



b) $\frac{a(x+2) + b(x+2) + c(x+2)}{a+b+c}$ **R:** $(x+2)$



c) $\frac{a(2x+4) - b(2x+4) - (-2x-4)}{x+2}$ **R:** $2(a-b+1)$



Factorización Polinómica (Caso II)

(Factor Común por grupos)

(Resumen: Castelli Horacio P.)



REITERAMOS

**ESTA HISTORIA CONTINUARA.....
LOS
MANTENDREMOS INFORMADOS.**