



# POLINOMIOS (Parte III) - División de Polinomios

(Resumen Castelli Horacio P.)



Para todos los ejercicios, debes escribir el enunciado, y el ejercicio propuesto en tu carpeta, también deberás realizar y escribir claramente todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

Queda a cargo del alumno hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispone del resultado en todos los casos.

Los ejercicios resueltos, están para que el alumno los analice y entienda el procedimiento.

## Repasemos un Poco

**Para Repasar y Recordar:** La división de monomios podemos expresarla igual que cualquier división entre números (de cualquier tipo).

Entonces, una división entre monomios, podemos escribirla  $\frac{6x^7}{3x^4}$  O también  $6x^7:3x^4$

Entre otras cosas que debes recordar, están las propiedades de las Potencias:

- ✓ Producto de potencias de igual base, los exponentes se suman.
- ✓ Cociente de potencias de igual base, los exponentes se restan.
- ✓ La potencia **de un número distinto de 0** con exponente negativo es igual a su inverso.

1) Simplificar las expresiones. (Se recomienda resolver todos los ejercicios de este grupo, ya que cada uno aporta un conocimiento especial).

Deberás realizar en tu carpeta, claros y prolijos, todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

a)  $\frac{6x^7}{3x^4}$

**Analícemos paso a paso esta división**

R:

$2x^3$

**Primer Paso:**

Partiendo el ejercicio dado, lo re escribo de forma que se aprecie que realizamos la división entre los coeficientes y luego... Resto los exponentes (Cociente de potencias de igual base, los exponentes se restan).

$$\frac{6x^7}{3x^4} = \frac{6}{3} x^{(7-4)}$$

**Segundo Paso**

**Coefficientes:** 6 dividido 3, es igual a 2.  
**Y luego Variables:** 7 menos 4 es igual a 3.

$$= 2x^3$$

**Y de esta forma tan simple, terminamos la primera división**



### Video Recomendado

**Repasemos**

#### Regla de los signos

$(+) \times (+) = +$	$(+) : (+) = +$
$(-) \times (-) = +$	$(-) : (-) = +$
$(-) \times (+) = -$	$(-) : (+) = -$
$(+) \times (-) = -$	$(+) : (-) = -$

<https://youtu.be/MsVfXEtD9Cw>



b)  $\frac{-10x^{10}}{5x^7}$

Debes recordar que, en la división de los coeficientes de los monomios, también se aplica la regla (o ley) de los signos. Ten mucho cuidado al resolver estos dos ejemplos.

R:

$-2x^3$

c)  $\frac{10x^{10}}{-5x^7}$

Explica con tus palabras, por que el resultado es el mismo en dos ejemplos, pero cambia en el tercero.

R:

$-2x^3$



# POLINOMIOS (Parte III) - División de Polinomios

(Resumen Castelli Horacio P.)

d)  $\frac{-10x^{10}}{-5x^7}$



R:  $2x^3$



e)  $(7x^8):(7x^6)$

R:  $x^2$



## Ayuda y Repasemos con Videos Recomendados

$a^{-1} = \frac{1}{a^1}$  La potencia de un número distinto de 0 con exponente negativo es igual a su inverso. Siempre que  $(a \neq 0)$

Veamos este ejemplo  $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

Exponentes Enteros Positivos y Negativos <https://youtu.be/tNer3cNu3iA>

POTENCIACIÓN de NÚMEROS ENTEROS con EXPONENTES NEGATIVOS [https://youtu.be/PS-NTrd\\_tpU](https://youtu.be/PS-NTrd_tpU)



f)  $\frac{-12x^4}{4x^5}$

Siempre copia el enunciado e identifica correctamente el ejercicio y recuerda que, en todos los ejercicios, se corregirá el procedimiento que realices para llegar al resultado propuesto.

R:  $-\frac{3}{x}$



g)  $(4x^5):(-12x^4)$

R:  $-\frac{x}{3}$



h)  $\frac{15x^7y^6}{3x^6y^5}$

R:  $5xy$



i)  $\frac{12x^4y^6}{9x^7y^3}$

R:  $\frac{4y^3}{3x^3}$



j)  $(18x^7y^4):(6x^53y^4)$

R:  $x^2$



k)  $\frac{12x^5y^6}{12x^7y^5}$



R:  $\frac{y}{x^2}$



l)  $\frac{16x^9}{2x^7}$

R:  $8x^2$



m)  $(24x^{14}):(8x^8)$

R:  $3x^4$



# POLINOMIOS (Parte III) - División de Polinomios

(Resumen Castelli Horacio P.)

## La División

Para iniciar, repasemos algunos puntos referentes a una división cualquiera, ya sea de números enteros, monomios o polinomios, etc.

$$\begin{array}{r} 754 \overline{) 32} \\ - 64 \phantom{0} \\ \hline 11 \end{array}$$

### Partes de una División

En una división podemos distinguir 4 partes, las que visualizaremos en la imagen junto con su descripción. **La letra resaltada, es la que identifica a esa parte.**



<b>D</b> ividendo	Es el número que se va a dividir.
<b>d</b> ivisor	Es el número que divide (que divide al dividendo)
<b>C</b> ociente	Es el resultado de la división.
<b>R</b> esto	Es la cantidad que sobra.

### Que debemos Saber?

Podemos dividir, siempre que:

$$\text{Dividendo} \geq \text{divisor}$$

Terminamos la división cuando:

$$\text{Resto} < \text{divisor}$$

$$\begin{array}{r} 754 \overline{) 32} \\ - 64 \phantom{0} \\ \hline 114 \\ - 96 \\ \hline 18 \end{array}$$

Analiza y trata de entender tu solo

Una división exacta es aquella que tiene Resto igual a cero.

$$\text{Resto} = 0 \text{ (cero)}$$

La comprobación del **Cociente** (resultado de la división) es muy simple, hay que reconstruir el **D**ividendo (número que dividimos), y para esto disponemos de las partes que usamos y obtuvimos al realizar la división.

$$\text{Dividendo} = \text{divisor} \times \text{Cociente} + \text{Resto}$$

### Como Dividir?

Si bien ya hemos realizado algunas divisiones entre monomios (Cuando los simplificamos), ahora veremos un método más general y muy difundido, incluso hay escuelas que desde la primaria enseñan a dividir con este método (quizás tu hayas aprendido a dividir usándolo). Este procedimiento nos permitirá realizar divisiones entre casi cualquier tipo de Polinomios, y también podremos realizar divisiones entre números.

Video Recomendado	
Divisiones de 1 cifra	<a href="https://youtu.be/q9y_Bjj0_2A">https://youtu.be/q9y_Bjj0_2A</a>
Divisiones de 2 cifras	<a href="https://youtu.be/mEqZ_8oZ_H0">https://youtu.be/mEqZ_8oZ_H0</a>
Otra explicacion.	<a href="https://youtu.be/VwgmCMoYZ5I">https://youtu.be/VwgmCMoYZ5I</a>

Analicemos paso a paso una división muy simple, comencemos dividiendo 250 entre 6		
<b>Paso 01</b>	Planteamos la división para comenzar $\frac{250}{6}$	$\overline{) 250} \quad \overline{) 6}$
<b>Paso 02</b>	Comienzo la división, y encuentro que el 6 entra 4 veces en el 25. Entonces esta de 4, y multiplico el 4 por el divisor (6). A ese resultado de la multiplicación lo pongo debajo de 25.	$\overline{) 250} \quad \overline{) 6}$ $\underline{24} \phantom{0} \phantom{0}$ $4$



# POLINOMIOS (Parte III) - División de Polinomios

(Resumen Castelli Horacio P.)

<b>Paso 03</b>	Al 25 le resto el 24 (que obtuve de multiplicar el 4 por el divisor), y el resultado de la resta es 1	$\begin{array}{r} \overline{)250} \quad \overline{)6} \\ \underline{-24} \quad \underline{4} \\ 1 \end{array}$
<b>Paso 04</b>	Para continuar la división, bajo el 0 (cero) y se coloca a continuación del 1, formando ahora el numero 10.	$\begin{array}{r} \overline{)250} \quad \overline{)6} \\ \underline{-24} \quad \underline{4} \\ 10 \end{array}$
<b>Paso 05</b>	Encuentro que el 6 (divisor) entra 1 veces en 10. Por lo tanto ahora continúo dividiendo y está de 1. Multiplico el 1 por el divisor (6). Obtengo como resultado 6, que coloco ordenadamente debajo del 10.	$\begin{array}{r} \overline{)250} \quad \overline{)6} \\ \underline{-24} \quad \underline{41} \\ 10 \\ \underline{-6} \\ 6 \end{array}$
<b>Paso 06</b>	Para terminar, realizo la resta entre 10 y 6. Como el resto (cuatro) es menor que el divisor y no hay mas elemento (números) para continuar, termino la división.	

Verifiquemos si es correcto el resultado de la división que realizamos. Primero recordemos que

$$\text{Dividendo} = \text{divisor} \times \text{Cociente} + \text{Resto}$$

Para simplificar la fórmula, usaremos la letra inicial de cada elemento que la integra.

Valores	Cálculos y Explicación (paso a paso)	
D = 250	$D = d * C + R$	Formula que usaremos.
d = 6	$250 = 6 * 41 + 4$	Reemplazo valores en la fórmula.
C = 41	$250 = 246 + 4$	Resuelvo multiplicación y sumo el Resto.
R = 4	$250 = 250$	Encuentro que se cumple la igualdad, por lo tanto la división es CORRECTA.



## Practicemos un Poco.

2) Resolver las divisiones usando el método explicado, y verificar que el resultado sea el correcto.

Deberás realizar en tu carpeta, claros y prolijos, todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

a) Dividamos 5620 entre 31, es decir  $\frac{5620}{31}$  C= 181  
R= 9

<b>Paso 01</b>	Planteamos la división	$\overline{)5620} \quad \overline{)31}$
<b>Paso 02</b>	Comienzo la división, y encuentro que el 31 entra una vez en el 56. Entonces esta de 1, y lo multiplico por el divisor (31). A ese resultado de la multiplicación lo pongo debajo de 56.	$\begin{array}{r} \overline{)5620} \quad \overline{)31} \\ \underline{-31} \quad \underline{1} \\ 25 \end{array}$
<b>Paso 03</b>	Al 56 le resto el 31 (que obtuve de multiplicar el 1 por el divisor), y el resultado de la resta es 25	$\begin{array}{r} \overline{)5620} \quad \overline{)31} \\ \underline{-31} \quad \underline{1} \\ 25 \end{array}$



# POLINOMIOS (Parte III) - División de Polinomios

(Resumen Castelli Horacio P.)

<b>Paso 04</b>	Para continuar la división, bajo el <b>2 (dos)</b> y se coloca a continuación del <b>25</b> , formando ahora el numero <b>152</b> .	$\begin{array}{r} 5620 \quad   \quad 31 \\ \underline{31} \phantom{00} \\ 252 \phantom{0} \end{array}$
<b>Paso 05</b>	Encuentro que el <b>31</b> (divisor) entra 8 veces en 252. Por lo tanto ahora continúo dividiendo y está de 8. Multiplico el 8 por el divisor (31). Obtengo como resultado 248, que coloco ordenadamente debajo del 252, realizo la resta y obteniendo 4 como resultado.	$\begin{array}{r} 5620 \quad   \quad 31 \\ \underline{31} \phantom{00} \quad 18 \\ 252 \phantom{0} \\ \underline{248} \\ 4 \phantom{0} \end{array}$
<b>Paso 06</b>	Para continuar la división, bajo el <b>0 (cero)</b> y se coloca a continuación del <b>4</b> , formando ahora el numero <b>40</b> .	$\begin{array}{r} 5620 \quad   \quad 31 \\ \underline{31} \phantom{00} \quad 18 \\ 252 \phantom{0} \\ \underline{248} \\ 40 \phantom{0} \end{array}$
<b>Paso 07</b>	Encuentro que el <b>31</b> (divisor) entra 1 vez en el 40. Por lo tanto ahora continúo dividiendo y está de 1. Multiplico ese 1 por el divisor (31). Obtengo como resultado 31, que coloco ordenadamente debajo del 40, realizo la resta y obtengo 9 como resultado (resto). Como el resto es menor que el divisor y no hay mas elemento (números) para continuar, termino la división.	$\begin{array}{r} 5620 \quad   \quad 31 \\ \underline{31} \phantom{00} \quad 181 \\ 252 \phantom{0} \\ \underline{248} \\ 40 \\ \underline{31} \\ 9 \phantom{0} \end{array}$

## VERIFICACIÓN de la División

Valores	Cálculos y Explicación (paso a paso)	
D = 5620	<b>D = d * C + R</b>	Formula que usaremos.
d = 31	5620 = 31 * 181 + 9	Reemplazo valores en la fórmula.
C = 181	5620 = 5611 + 9	Resuelvo multiplicación y sumo el Resto.
R = 9	5620 = 5620	Encuentro que se cumple la igualdad, por lo tanto la división es CORRECTA.

b)  $\frac{125}{5}$

No simplifiques la fracción, solo realiza la división con el método explicado, y luego contralar si esta bien tu trabajo. Recuerda realizar la verificación de la división

$$\begin{array}{r} 125 \quad | \quad 5 \\ \underline{10} \phantom{0} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

C=	25
R=	0

c)  $\frac{125}{5}$

Siempre copia el enunciado e identifica correctamente el ejercicio y recuerda que, en todos los ejercicios, se corregirá el procedimiento que realices para llegar al resultado propuesto.

C=	706
R=	3

d)  $\frac{3560}{22}$

C=	161
R=	18

e)  $\frac{2367}{6}$

En todos los casos debes verificar la división.

C=	394
R=	3

f)  $\frac{735}{6}$

C=	81
R=	6



# POLINOMIOS (Parte III) - División de Polinomios

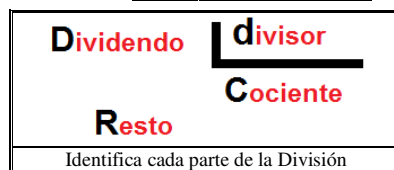
(Resumen Castelli Horacio P.)

g)  $\frac{437}{11}$

C=	39
R=	8

## División de Monomios

Este tipo de divisiones se hace prácticamente igual que las divisiones numéricas que vimos antes, solo que hay que tener en cuenta algunas reglas y recordar muy bien las reglas de la potenciación. Comencemos...



Video Recomendado	
División de Monomios	<a href="https://youtu.be/Mu2IeTNa5ys">https://youtu.be/Mu2IeTNa5ys</a>

El resultado de la división de monomios, es otro monomio que tiene por coeficiente el cociente de los coeficientes y la parte literal se obtiene dividiendo las potencias que tengan igual base, es decir, restando los exponentes. Si el grado del divisor es mayor, obtenemos una fracción algebraica.

Para obtener un Cociente entero (el resultado de la división) Solo debemos dividir cuando el Grado del Dividendo sea mayor o igual que el Grado del divisor, y finalizar el proceso cuando el grado del Resto sea estrictamente menor que el grado del divisor

En una división exacta de polinomios, el resto es igual a cero, y solo entonces podremos afirmar que, el dividendo  $D(x)$  es múltiplo del divisor  $d(x)$  y del cociente  $C(x)$ . También sabremos que  $d(x)$  y  $C(x)$  son divisores del polinomio  $D(x)$ . (Analiza esta última afirmación y entiéndela bien).

3) Resolver las divisiones usando el método explicado, y verificar que el resultado sea el correcto.

Deberás realizar en tu carpeta, claros y prolijos, todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

a)  $\frac{x^3}{x}$

**Presta atención:** Busco un valor que al multiplicarlo por el divisor me de igual al dividendo, luego le cambio el signo (lo resto)

$C(x)=$	$x^2$
$R(x)=$	0



Valores	Cálculos y Explicación (paso a paso)	
$D(x) = x^3$	$D(x) = d(x) \cdot C(x) + R(x)$	Formula que usaremos.
$d(x) = x$	$x^3 = x \cdot x^2 + 0$	Reemplazo valores en la fórmula.
$C(x) = x^2$	$x^3 = x^3 + 0$	Resuelvo multiplicación y sumo el Resto (cero en este caso).
$R(x) = 0$	$x^3 = x^3$	Se cumple la igualdad, por lo tanto la división es CORRECTA.

b)  $x^3 : x^2$



Si multiplicamos a "x<sup>2</sup>" (el Divisor) por "x" obtenemos "x<sup>3</sup>", que colocamos justo debajo del dividendo, y luego restamos, obteniendo como resultado (resto) **cero** =====>

$\frac{x^3}{x^2} = x$

$D(x)=$	$x^3$
$d(x)=$	$x^2$
$C(x)=$	$x$
$R(x)=$	0

### Verificación de la División

Valores	Cálculos y Explicación (paso a paso)	
$D(x) = x^3$	$D(x) = d(x) \cdot C(x) + R(x)$	Formula que usaremos.
$d(x) = x^2$	$x^3 = x^2 \cdot x + 0$	Reemplazo valores en la fórmula.
$C(x) = x$	$x^3 = x^3 + 0$	Resuelvo multiplicación y sumo el Resto (cero en este caso).
$R(x) = 0$	$x^3 = x^3$	Se cumple la igualdad, por lo tanto la división es CORRECTA.



# POLINOMIOS (Parte III) - División de Polinomios

(Resumen Castelli Horacio P.)

c)  $(15x^3):(3x^2)$

Si multiplicamos a "3x<sup>2</sup>" (el Divisor) por "5x" obtenemos "15x<sup>3</sup>", que colocamos justo debajo del dividendo, y luego restamos, obteniendo como resultado (resto) **cero** =====>

$$\begin{array}{r} 15x^3 \\ -15x^3 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3x^2 \\ \hline 5x \end{array}$$

D(x)=	15x <sup>3</sup>
d(x)=	3x <sup>2</sup>
C(x)=	5x
R(x)=	0

### Verificación de la División

Valores	Cálculos y Explicación (paso a paso)	
D(x) = 15x <sup>3</sup>	D(x) = d(x)·C(x) + R(x)	Formula que usaremos.
d(x) = 3x <sup>2</sup>	15x <sup>3</sup> = 3x <sup>2</sup> ·5x + 0	Reemplazo valores en la fórmula.
C(x) = 5x	15x <sup>3</sup> = 15x <sup>3</sup> + 0	Resuelvo multiplicación de coeficientes (3·5 = 15) y de las partes literales (x <sup>2</sup> ·x <sup>1</sup> = x <sup>3</sup> ), finalmente sumo el Resto ( <b>cero en este caso</b> ).
R(x) = 0	15x <sup>3</sup> = 15x <sup>3</sup>	Encuentro que se cumple la igualdad, por lo tanto la división es <b>CORRECTA</b> .



d)  $\frac{3x^2}{x^2}$

Siempre copia el enunciado e identifica correctamente el ejercicio y recuerda que, en todos los ejercicios, se corregirá el procedimiento que realices para llegar al resultado propuesto.

C(x)=	3
R(x)=	0



e)  $\frac{4x^5}{x^2}$

En todos los casos debes verificar la división.

C(x)=	4x <sup>3</sup>
R(x)=	0



f)  $\frac{-3x^3}{9x^2}$

C(x)=	$-\frac{x}{3}$
R(x)=	0



g)  $\frac{x^5}{4x^5}$

C(x)=	$\frac{1}{4}$
R(x)=	0



h)  $\frac{-5x^3}{15x^3}$

C(x)=	$-\frac{1}{3}$
R(x)=	0



i)  $\frac{2x^2}{5}$

Resuelve y Explica el Resultado

C(x)=	$\frac{2x^2}{5}$
R(x)=	0



### Para obtener un resultado entero (No Fraccionario) debemos recordar:



Si el Grado del Dividendo es menor que el Grado del divisor No se divide

O

Si el grado del Resto es menor que el grado del divisor No se Debe Continuar dividiendo



j)  $\frac{x^2}{3x}$

C(x)=	$\frac{x}{3}$
R(x)=	0





# POLINOMIOS (Parte III) - División de Polinomios

(Resumen Castelli Horacio P.)

k)  $\frac{2x^3}{5x}$

$C_{(x)}=$	$\frac{2x^2}{5}$
$R_{(x)}=$	0



l)  $\frac{25x^5}{5x^2}$

$C_{(x)}=$	$5x^3$
$R_{(x)}=$	0

4) Preguntas simples y no tan simples. Investiga, responde con tus palabras y dar un ejemplo explicado paso a paso.

- a) ¿Que es una expresión algebraica?
- b) ¿A que llamamos una división algebraica?
- c) ¿Que es el Teorema del resto y que podemos aprender de el?
- d) ¿En una fracción cualquiera, podemos considerar al numerador como Dividendo y al denominador como el divisor?
- e) ¿Obtendremos el mismo resultado al Simplificar una fracción que al realizar la división entre el numerador y el denominador?
- f) ¿Como será el Cociente de una división, cuando el divisor es de mayor grado que el Dividendo? Y hasta cuando podremos continuar dividiendo?

## División de Polinomios por un Monomio

Este proceso es muy simple, ya que iremos dividiendo cada monomio del dividendo por separado ( o de a uno por vez). Presta mucha atención a las explicaciones en cada paso.



5) Resuelve las divisiones y realiza la verificación en cada caso.

Deberás realizar en tu carpeta, claros y prolijos, todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

a)  $\frac{2x^2+x-2}{x}$

### División Explicada Paso a Paso

Paso 01  $\frac{2x^2}{-2x^2}$   $\frac{+x}{x}$   $\frac{-2}{-2}$   $\frac{x}{2x}$   $\frac{+1}{+1}$

Paso 02  $\frac{-2x^2}{-2x^2}$   $\frac{x}{x}$

Paso 03  $\frac{-x}{-x}$

Paso 04  $\frac{-2}{-2}$

$C_{(x)}=$	$2x+1$
$R_{(x)}=$	$-2$



b)  $(9x^2-3x+4):(3x)$

### División

$\frac{9x^2}{-9x^2}$   $\frac{-3x}{-3x}$   $\frac{+4}{-(-3x)}$   $\frac{3x}{3x}$   $\frac{-1}{-1}$

$\frac{-3x}{-3x}$

$\frac{-(-3x)}{-(-3x)}$

$\frac{4}{4}$

$C_{(x)}=$	$3x-1$
$R_{(x)}=$	4



c)  $\frac{-x^2+2x-3}{6x}$

En todos los casos debes verificar la división.

$C_{(x)}=$	$-\frac{1}{6}x + \frac{1}{3}$
$R_{(x)}=$	-3





# POLINOMIOS (Parte III) - División de Polinomios

(Resumen Castelli Horacio P.)

d)  $[-2x(x-3) - 2]:(2x)$

**Cuidado:** Primero deberás aplicar propiedad distributiva, resolviendo paréntesis, y al final realizar la división

$C(x) = -x+3$

$R(x) = -2$



e)  $\frac{-x(2x-4)+2}{-2x}$

Acá, presta mucha atención.

$C(x) = x-2$

$R(x) = 2$



En cualquier división que encuentres un polinomio incompleto (que falta algún término) primero lo completas con un cero (porque no existe) y lo puedes comenzar la división.

A continuación, tenemos un ejercicio, en el que falta el termino "x", entonces luego de ordenar el polinomio, completamos colocando "0x"

f)  $(-4x^2+4):(2x)$

Completo Polinomio

**División**

$$\begin{array}{r} -4x^2 + 0x + 4 \\ -(-4x^2) \\ \hline \phantom{-4x^2} + 0x + 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2x \\ -2x \end{array}$$

$C(x) = -2x$

$R(x) = 4$



g)  $\frac{x^2+2}{x}$

Recuerda completar el polinomio y finalmente hacer la verificación.

$C(x) = x$

$R(x) = 2$



h)  $\frac{3x^2-5}{x}$

$C(x) = 3x$

$R(x) = -5$



i)  $(6x^3+12):(3x)$

$C(x) = 2x^2$

$R(x) = 12$



j)  $\frac{2-x^3}{2x}$

Recuerda ordenar y completar el polinomio

$C(x) = -\frac{1}{2}x^2$

$R(x) = 2$



k)  $(8x^4+4x^2-6):(2x)$

**División:** Recuerda realizar la Prueba de la División.

$$\begin{array}{r} 8x^4 + 0x^3 + 4x^2 + 0x - 6 \\ -8x^4 \\ \hline \phantom{-8x^4} + 0x^3 + 4x^2 + 0x - 6 \\ \phantom{+ 0x^3} + 4x^2 \\ \phantom{+ 0x^3} - 4x^2 \\ \hline \phantom{+ 0x^3} \phantom{+ 4x^2} - 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2x \\ 4x^3 + 2x \end{array}$$

$C(x) = 4x^3+2x$

$R(x) = -6$



l)  $\frac{-x^3+6}{x^2}$

Siempre copia el enunciado e identifica correctamente el ejercicio y recuerda que, en todos los casos, se corregirá el procedimiento que realices para llegar al resultado propuesto.

$C(x) = -x$

$R(x) = +6$



m)  $(2x^2-4x^4-6):(2x^3)$

Recuerda ordenar y completar el polinomio

$C(x) = -2x$

$R(x) = 2x^2-6$





# POLINOMIOS (Parte III) - División de Polinomios

(Resumen Castelli Horacio P.)

$$\text{n) } \frac{-2x^3 + x}{-x^3}$$

En todos los casos debes hacer la verificación de división.

$$C(x) = 2$$

$$R(x) = x$$



$$\text{o) } \frac{(x^2 + 2)x}{x^2}$$

Primero aplica propiedad distributiva, luego ordenar y completar el polinomio, finalmente divide.

$$C(x) = 2x$$

$$R(x) = 2x$$



$$\text{p) } -3x \left( \frac{1}{3}x - 6 \right) : x$$

**Atención:** primero aplica propiedad distributiva, completa el polinomio si corresponde y luego puedes dividir. Para terminar realiza la verificación de la división

$$C(x) = -x + 18$$

$$R(x) = 0$$



$$\text{q) } (2x^5 - 4x^3 - 6x^4 - x + 2x^2) : (-2x^3)$$

Ordena el polinomio antes de dividir.

$$C(x) = -x^2 + \frac{1}{2}x + 2$$

$$R(x) = 2x^2 - x - 6$$



$$\text{r) } \frac{x^2(3x^2 - 5)}{x^3}$$

En todos los casos debes hacer la verificación de división.

$$C(x) = 3x$$

$$R(x) = -5x^2$$



$$\text{s) } \frac{x(-x^3 + 6)}{x^3}$$

$$C(x) = -x$$

$$R(x) = 6x$$



$$\text{t) } \frac{x(-2x^3 + x)}{-x^3}$$

$$C(x) = 2x$$

$$R(x) = x^2$$



$$\text{u) } \frac{x^4 - 2x}{-2x^2}$$

$$C(x) = -\frac{1}{2}x^2$$

$$R(x) = -2x$$



$$\text{v) } \frac{-x(-3x^3 + 2x^2)}{-x^3}$$

$$C(x) = -x + 2$$

$$R(x) = 0$$



## División entre Polinomios

En álgebra, la división de polinomios es un algoritmo que permite dividir un polinomio entre otro polinomio que no sea nulo. El algoritmo es una versión generalizada de la técnica aritmética de división larga. Es fácilmente realizable a mano, porque separa un problema de división complejo, en otros más pequeños.

### Video Recomendado

**División de Polinomios (Introducción)** <https://youtu.be/PxycywivGUQ>

**División de Polinomios (Video 01)** <https://youtu.be/gpBEUnFBhGc>

**División de Polinomios (Video 02)** <https://youtu.be/6Vo4UveLKvU>

Desde acá en adelante, usaremos todos los conocimientos adquiridos sobre las divisiones, en los puntos anteriores. Te recomiendo resuelvas todos los ejercicios.

6) Resolver las divisiones y realiza la verificación en cada caso.

Deberás realizar en tu carpeta, claros y prolijos, todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

a)  $(x^3 + 2x^2 - x + 12) : (x + 1)$

$x^3$	$+2x^2$	$-x$	$+12$	$x + 1$
$-x^3$	$-x^2$			$x^2 + x - 2$
----	$x^2$	$-x$		
	$-x^2$	$-x$		
	----	$-2x$	$+12$	
		$2x$	$+2$	
		----	$14$	

$C(x) = x^2 + x - 2$

$R(x) = 14$



b)  $(4x^2 - 12x + 9) : (2x - 3)$

$C(x) = 2x - 3$

$R(x) = 0$



c)  $\frac{2x^2 + 4x + 2}{2x + 1}$

$2x^2 + 4x + 2$	$2x + 1$
$-2x^2 + x$	$x + \frac{3}{2}$
-	$3x + 2$
	$3x + \frac{3}{2}$
	-
	$\frac{1}{2}$

$C(x) = x + \frac{3}{2}$

$R(x) = \frac{1}{2}$



d)  $(x^4 - 2x^3 + x^2 - x - 3) : (x^2 + x + 1)$

$1x^4 - 2x^3 + 1x^2 - 1x - 3$	$x^2 + x + 1$
$-1x^4 - 1x^3 - 1x^2$	$x^2 - 3x + 3$
0	$-3x^3 + 0 - 1x$
	$3x^3 + 3x^2 + 3x$
	-
	$0 + 3x^2 + 2x - 3$
	$-3x^2 - 3x - 3$
	-
	$0 - x - 6$

$C(x) = x^2 - 3x + 3$

$R(x) = -x - 6$



e)  $(4x^2 + x^4 + 4) : (-2 - x^2)$

$C(x) = -x^2 - 2$

$R(x) = 0$





# POLINOMIOS (Parte III) - División de Polinomios

(Resumen Castelli Horacio P.)

f)  $(4x^5 - 12x + 9) : (2x - 3)^2$

Presta atención. Primero desarrollamos el cuadrado de un binomio que tenemos en el denominador

$$\frac{4x^5 - 12x + 9}{(2x - 3)^2} = \frac{4x^5 - 12x + 9}{4x^2 - 12x + 9}$$

$C(x) = ?$

$R(x) = ?$

Resuelve y verifica resultados

Y ahora dividimos normalmente

$$4x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 0x^2 - 12x + 9 \quad | \quad 4x^2 - 12x + 9$$

g)  $(-12x + 4 + 9x^2 - 1) : (-3x + 2)$

$C(x) = -3x + 2$

$R(x) = -1$

h)  $(x^4 + 4x^2 - 4x^3) : (x^2 - 2x)$

$C(x) = x^2 - 2x$

$R(x) = 0$

i)  $\frac{3x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2x - 1}$

$$\begin{array}{r} 3x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 2x - 3 \quad | \quad x^2 - 2x - 1 \\ -3x^4 + 6x^3 + 3x^2 \\ \hline 0 \quad 4x^3 + 7x^2 + 2x \\ -4x^3 + 8x^2 + 4x \\ \hline 0 \quad 15x^2 + 6x - 3 \\ -15x^2 + 30x + 15 \\ \hline 0 \quad 36x + 12 \end{array}$$

$C(x) = 3x^2 + 4x + 15$

$R(x) = 36x + 12$

j)  $(3x^{10} - 3x^7 + 3x^6 + 2x^5 - 2x^2 + 2x - 3) : (x^2 - x^5 - x)$

$C(x) = -3x^5 - 2$

$R(x) = -3$

k)  $(2x^4 + 4x^2 - x + 1) : (x^2 + x)$

División:

$$\begin{array}{r} 2x^4 + 0x^3 + 4x^2 - x + 1 \quad | \quad x^2 + x \\ -2x^4 - 2x^3 \\ \hline \text{----} -2x^3 + 4x^2 \\ \quad 2x^3 + 2x^2 \\ \hline \text{----} 6x^2 - x + 1 \\ \quad -6x^2 - 6x \\ \hline \text{----} -7x + 1 \end{array}$$

$C(x) = 2x^2 - 2x + 6$

$R(x) = 7x + 1$

l)  $(x^2 + 9 + 6x) : (-x - 3)^2$

Presta mucha atención con el divisor...!!!

$C(x) = 1$

$R(x) = 0$

m)  $\frac{x^4 - 4x^2 + 4}{(x^2 - 2)^2}$

Cuidado.!

$C(x) = 1$

$R(x) = 0$

n)  $125x^6 + 3 - 125x^5 - 250x^3 : (-5x)^3$

Cuidado con la potencia del divisor.!

$C(x) = x^2 - x^3 + 2$

$R(x) = 3$



# POLINOMIOS (Parte III) - División de Polinomios

(Resumen Castelli Horacio P.)

o) 
$$\frac{3x^4+5x^3-2x+3}{x^2-3x+2}$$

$C(x) = 3x^2+14x+36$

$R(x) = 78x-69$



p)  $P(x) = x^5 + 2x^3 - x - 8$   
 $Q(x) = x^2 - 2x + 1$

Calcula  $P(x) : Q(x)$

$C(x) = x^3+2x^2+5x+8$

$R(x) = 10x - 16$

$$\begin{array}{r} x^5 + 0x^4 + 2x^3 + 0x^2 - x - 8 \quad | \quad x^2 - 2x + 1 \\ -x^5 + 2x^4 - x^3 \phantom{- 2x^2} \phantom{- x} \phantom{- 8} \\ \hline 2x^4 + x^3 + 0x^2 \phantom{- x} \phantom{- 8} \\ -2x^4 + 4x^3 - 2x^2 \phantom{- x} \phantom{- 8} \\ \hline 5x^3 - 2x^2 - x \phantom{- 8} \\ -5x^3 + 10x^2 - 5x \phantom{- 8} \\ \hline 8x^2 - 6x - 8 \\ -8x^2 + 16x - 8 \\ \hline 10x - 16 \end{array}$$



q)  $(-3x^{10}-9x^8-x^4+x^3-3x^2+3x+2) : (x-3x^8-x^2)$

$C(x) = 3+x^2$

$R(x) = 2$



r)  $P(x) = 6x^9 - 5x^7 - 2x^6 - 6x^5 - 19x^3 + 2x^2 + 20x + 8$   
 $Q(x) = (x^2 - x^6 + 4)$

$C(x) = 5x - 6x^3 + 2$

$R(x) = 0$



s) 
$$\frac{8x^3 - 4x^2 + 2x + 7}{2x^2 + x - 1}$$

$$\begin{array}{r} 8x^3 - 4x^2 + 2x + 7 \quad | \quad 2x^2 + x - 1 \\ -8x^3 - 4x^2 + 4x \phantom{+ 7} \\ \hline -8x^2 + 6x + 7 \\ + 8x^2 + 4x - 4 \\ \hline 10x + 3 \end{array}$$

$C(x) = 4x-4$

$R(x) = 10x+3$



t)  $P(x) = 5x^6 + 5x^5 - 3x^4 - 3x^3 - x^2 - x$   
 $Q(x) = (5x^4 - 3x^2 - 1)$

$C(x) = x+x^2$

$R(x) = 0$



u)  $P(x) = 2x^5 - \frac{3}{2} + \frac{1}{4}x^2 - 4x^3 - \frac{1}{2}x$   
 $Q(x) = (-2x+3)$

Calcular:  $P(x)$  Dividido  $Q(x)$

$C(x) = -x^4 - \frac{3}{2}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

$R(x) = 0$

Presta mucha atención, primero ordena el dividendo en forma decreciente por los exponentes, completa si falta algún término y recién comienza a dividir. Para finalizar, recuerda hacer la prueba para verificar que este bien el resultado



# POLINOMIOS (Parte III) - División de Polinomios

(Resumen Castelli Horacio P.)

## Que es esto?

7) Parece que en cada ejercicio hay algo que esta mal. Resuelve, explica los resultados y cuando corresponda, que es lo que esta mal o no debió hacerse.

Deberás realizar en tu carpeta, claros y prolijos, todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

a)  $\frac{6}{x}$

Recuerda que para dividir, debes encontrar algún valor o monomio que al multiplicarlo por el divisor (en este caso "x") de como resultado el dividendo (en este caso 6).

$$\begin{array}{r} 6 \quad \overline{) \quad x} \\ -6 \quad \overline{) \quad 6} \\ \hline 0 \end{array}$$

$C(x)=$	$\frac{6}{x}$
$R(x)=$	0

### Verificación de la División

Valores		Cálculos y Explicación (paso a paso)	
$D(x)=$	6	$D(x) = C(x) \cdot d(x) + R(x)$	Formula que usaremos.
$d(x)=$	x	$6 = \frac{6}{x} x + 0$	Reemplazo valores en la fórmula.
$C(x)=$	$\frac{6}{x}$	$6 = 6+0$	Resuelvo multiplicación de la fracción y "x", finalmente sumo el Resto (cero en este caso). Si no entiendes este paso, al final te lo explico.
$R(x)=$	0	$6 = 6$	Encuentro que se cumple la igualdad, por lo tanto la división es CORRECTA.

### Explicación Complementaria

Multiplicación del Cociente y el divisor con posterior suma del Resto.

$$\frac{6}{x} x + 0 = \frac{6x}{x} + 0 = \text{Simplifico "x" del Numerador con "x" del denominador} = 6 + 0 = 6$$



b)  $\frac{x}{3}$

Porque queda igual?

$C(x)=$	$\frac{x}{3}$
$R(x)=$	0

c)  $\frac{x^4}{x^5}$

$C(x)=$	$\frac{1}{x}$
$R(x)=$	0

d)  $\frac{3x^2}{x^4}$

Siempre copia el enunciado e identifica correctamente el ejercicio y recuerda que, en todos los ejercicios, se corregirá el procedimiento que realices para llegar al resultado propuesto.

$C(x)=$	$\frac{3}{x^2}$
$R(x)=$	0

e)  $\frac{6x}{x^2}$

$C(x)=$	$\frac{6}{x}$
$R(x)=$	0

f)  $\frac{3}{x^2}$

Porque queda igual?

$C(x)=$	$\frac{3}{x^2}$
$R(x)=$	0



# POLINOMIOS (Parte III) - División de Polinomios

(Resumen Castelli Horacio P.)

g)  $\frac{7x^2}{21x^3}$

$C_{(x)}=$	$\frac{1}{3x}$
$R_{(x)}=$	$0$



h)  $\frac{7x^5}{-14x^6}$

$C_{(x)}=$	$-\frac{1}{2x}$
$R_{(x)}=$	$0$

