POLINOMIOS (Parte I)

Valor Numérico, Suma, Resta y Opuesto de un Polinomio

(Resumen Castelli Horacio P.)

MONOMIOS

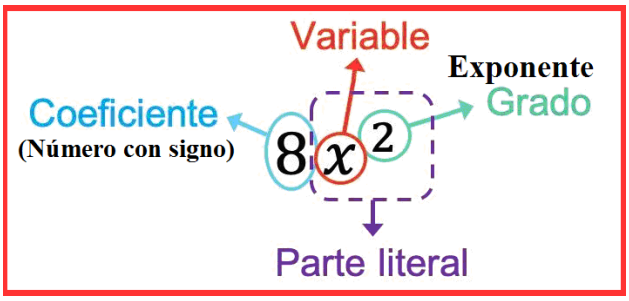
Videos Recomendados	
Que es un Monomio	https://youtu.be/73VZCOtqNtw
Grado de un Monomio	https://youtu.be/qjezcldQBoc

Un monomio es el producto (multiplicación) de un número real (positivo, negativo o cero) por una o varias variables literales. Por ejemplo un monomio puede será

$8x^2$

Este monomio también podremos escribirlo, como el producto de sus partes:

$8 \times x \times x$ O también $8 \times x^2$



Coeficiente del Monomio: es el número (con signo) ==========> 8
Literal del monomio: compuesto por la o las variables (es decir, las letras y exponentes) ==> x^2

Analicemos otros monomios:

✓ Ejemplo de monomio con un **Coeficiente Negativo**: $-5x^3$

Coeficiente del Monomio:	**–5**
Literal del monomio:	x^3

✓ Un monomio puede **no tener Parte Literal**. Por ejemplo: **4**

Coeficiente del Monomio:	4
Literal del monomio:	No tiene

En este caso, podemos considerar que la parte literal tiene exponente nulo: x^0
Entonces lo podemos pensar como $4xx^0$ y como todo valor elevado a la cero es 1 (uno), se transforma en **4x1** (cuatro que multiplica al uno) quedando finalmente igual a **4** (Cuatro)

✓ Un monomio puede **no tener Coeficiente**. Por ejemplo: x^4

Literal del monomio:	x^4
Coeficiente del Monomio:	No Tiene

En realidad esto ocurre cuando el coeficiente es 1 o -1 (el signo negativo **SI** debe ponerse)
Y como el número 1 (uno), se acostumbra **NO PONERLO** cuando es un coeficiente (excepto cuando el monomio no tiene parte literal), simplemente se escribe x^4

✓ Analicemos este monomio negativo $-x^2$

Literal del monomio:	x^2
Coeficiente del Monomio:	-1

Esto ocurre cuando el coeficiente es 1 o -1 (Aunque el signo negativo **SI** debe ponerse). Y el número 1 (uno), se acostumbra **NO PONERLO** cuando es un coeficiente (excepto cuando el monomio no tiene parte literal), simplemente se escribe $-x^2$

✓ Veamos este último monomio: **-1**

Coeficiente del Monomio:	-1

Este es el caso donde si ponemos el valor 1 (uno) ya que no tiene parte literal.

Literal del monomio:	No tiene

Como ya se explico un poco mas arriba, podemos considerar que la parte literal tiene exponente nulo: x^0

BINOMIO:

Un binomio es una expresión algebraica constituida por dos términos llamados monomios, que se encuentran sumados o restados entre si.

TRINOMIO:
Un trinomio es una expresión algebraica constituida por tres términos llamados monomios, sumados o restados entre si.

Ejemplos de....		
Monomios	**Binomios**	**Trinomio**
$8x^2$	$2 - 3x$	$x^2 + x - 1$
$-5x^3$	$x - 4$	$2x - 3x^2 + 4$
$- 4$	$7 + x$	$3x - x^2 - 5$
$-x^2$	$3x-1$	
-1		

Suma y Restas de Monomios

Video Recomendado	
Suma y Resta de **Monomios**	https://youtu.be/uH6o7yaKOG4

Siempre debemos recordar que, para realizar la suma o resta de dos o más Monomios, SOLO PODREMOS SUMAR O RESTAR los coeficientes de los términos cuyas partes literales sean iguales, es decir, cuando las variables y exponentes (o grados) sean iguales.
Veamos esta parte con un rápido y muy simple ejemplo:

Los monomios **3x** y **5x** se pueden sumar:	$3x + 5x = 7x$
Los monomios **3x** y **$2x^2$** no se pueden sumar.	Porque las Partes Literales de los monomios son distintas, es decir tienen distinto grado
Los monomios **2x** y **3y** no se pueden sumar.	Porque las Partes Literales de los monomios son distintas, es decir tienen distintas variables

1) Realizar las sumas y restas de los siguientes Monomios.

Deberás realizar claramente todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a) $2x + 8x$ — **Como Resolver la operación Planteada** — R: **10x**

- ✓ Agrupar los términos Semejantes **(2+8)x**
- ✓ Sumar los coeficientes **(10)x**
- ✓ Elimino Paréntesis, ya no son necesarios **10x**

b) $6a + 6a$ — R: **12a**

c) $3x + x$ — R: **4x**

d) $a + 7a$ — R: **8a**

e) $9x + 2x$ — R: **11x**

f) $7a - 5a$ — **Como Resolver la operación Planteada** — R: **2a**

- ✓ Agrupar los términos Semejantes **(7 - 5)a**
- ✓ Sumar los coeficientes **(2)a**
- ✓ Elimino Paréntesis, ya no son necesarios **2a**

g) $15x - 9x$ — R: **6x**

h) $10a - a$ R: **9a**

i) $2x - 5x$ R: **-3x**

j) $9a - 9a$ R: **0** (cero)

2) Realizar las sumas y restas de los siguientes Binomios.

Recuerda que: Siempre debemos recordar que, para realizar la suma o resta de dos o más Monomios, SOLO PODREMOS SUMAR O RESTAR los coeficientes de los términos cuyas partes literales sean iguales.

Deberás realizar claramente todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a) $7 - a - 5$ R: **2 - a**

Recuerda que: para realizar la suma o resta de dos o más Monomios, SOLO PODREMOS SUMAR O RESTAR los coeficientes de los términos cuyas partes literales sean iguales

b) $3 + 2x - 7$ R: **-4 + 2x**

c) $2a + 4 - 5a$ R: **4 - 3a**

d) $3x + 2 - 7x$ **Cuidado con los signos..!** R: **2 - 4x**

e) $2x + 3 - 9x + 1$ **<u>Como Resolver la operación Planteada</u>** R: **4 - 7x**

- ✓ Agrupar los términos Semejantes
- ✓ Sumar los coeficientes
- ✓ Elimino Paréntesis, ya no son necesarios

3 + 1 + 2x - 9x
(3 + 1) + (2 - 9)x
(4) - (7)x
4 - 7x

Cuidado con los signos!

f) $8a - 6 - 3a - 1$ R: **-7 + 5a**

g) $a - 6 - 2a + 7$ R: **1 - a**

h) $5x - 2 - 6x - 1$ Siempre copia el enunciado e identifica correctamente el ejercicio y recuerda que de todos los ejercicios, se corregirá el procedimiento que realices para llegar al resultado propuesto. R: **-3 - x**

3) Resuelve las siguientes operaciones y escribir el Binomio con su mínima expresión.

Deberás realizar claramente todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a) $x - (x - 2)$ R: **2**

b) $3x + (2x + 3)$ R: **5x + 3**

c) $(5x - 1) - (2x + 1)$ **Cuidado con los signos..!** R: **3x - 2**

d) $(7x - 4) + (1 - 6x)$ R: **x - 3**

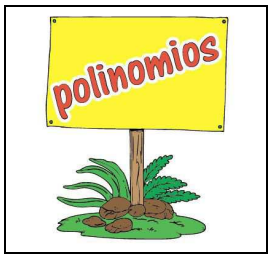
e) $(1 - 3x) - (1 - 5x)$ R: **2x**

f) $2x - (x - 3) - (2x - 1)$ R: **-x + 4**

g) $4x - (2x - 1) + 5x - (4x - 2)$ R: **3x + 3**

h) $(x - 2) + (2x - 3) - (5x - 7)$ R: **-2x + 2**

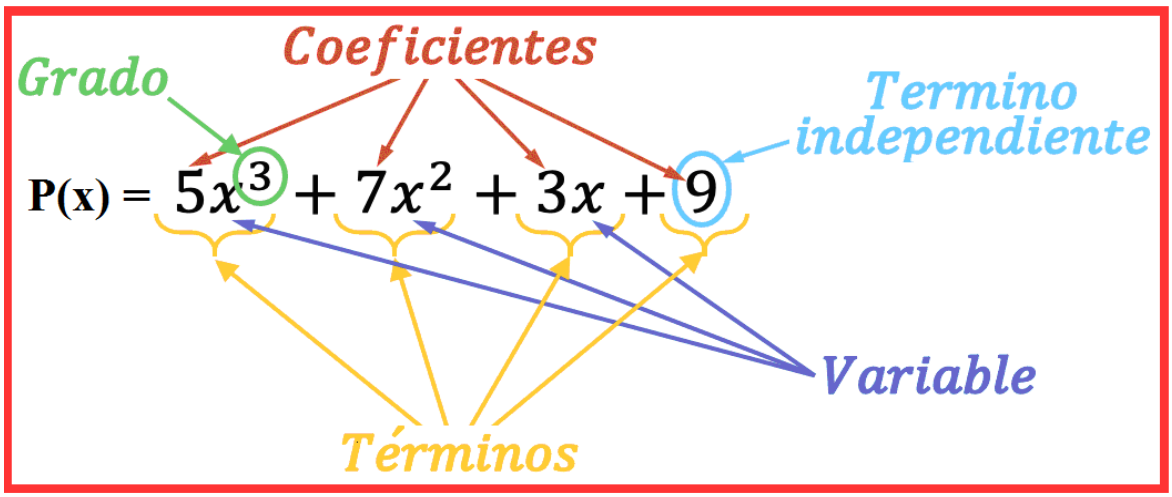
Que es un Polinomio?



En **matemáticas**, un **polinomio** es una expresión algebraica. En ella intervienen varios Monomios, relacionados entre si por sumas y restas.
polinomio del latín **polynomium**, y este vocablo a su vez proviene del griego. Y sin extendernos demasiado en la explicación, podemos identificar dos partes en la palabra:

- **'poly'** que significa 'muchos' y..
- **'nomium'** que significa 'regla', 'prescripción', 'distribución'

También podemos decir que un polinomio, es la suma de varios términos llamados monomios (Partes)... El monomio de mayor grado, recibe el nombre de término principal, su coeficiente lo llamaremos coeficiente principal, y nos dice el grado del polinomio. **Para más claridad,** veamos esto gráficamente.



Partes de un Polinomio

Videos Recomendados	
Elementos de un polinomio. Y, qué es un polinomio?	https://youtu.be/prMBVg7tMpw

Nombre del Polinomio: Se acostumbra nombrarlo con una letra mayúscula para identificarlo de otros polinomios. Y ponemos entre paréntesis la variable que usa. Ejemplo **'P(x)'** en donde **'P'** es el nombre y **'x'** la variable usada en el polinomio.

Variable: es la letra que tiene (usa) el polinomio.
Términos: un término, es un monomio que forma parte del polinomio.
Coeficientes: los números que acompañan a cada término del polinomio. Este puede ser cualquier valor, positivo, negativo o cero.
Grado: el mayor exponente al que está elevada la variable del polinomio.
Término principal: es el término de mayor grado del polinomio.
Coeficiente principal: coeficiente del término principal del polinomio.
Término independiente: aquel término del polinomio que no contiene variable (esta elevada a la potencia cero).

4) Identificar las partes de los polinomios **P**, **Q** , **R** y **S**. Para finalizar, los escribiremos completos, si le faltan términos.

i) $P(x) = \mathbf{3x^2 + 2x - 7}$

Nombre del Polinomio:	**P**		
Variable:	**x**		
Términos:	$\mathbf{3x^2}$	**2x**	**- 7**
Coeficientes:	**3**	**2**	**- 7**
Grado:	**2**		
Término principal:	$\mathbf{3x^2}$		
Coeficiente principal:	**3**		
Término independiente:	**-7**		

En este caso, al polinomio **P**, esta completo, es decir, las potencias están en escalera descendiente y no falta ninguna (potencia 2, potencia 1 y potencia cero) así que quedará igual. **Tener en cuenta que** el coeficiente del termino independiente multiplica a "$\mathbf{x^0}$" y eso es igual a uno, entonces menos siete por uno, será igual a **-7**

Polinomio Completo $3\mathbf{x}^2 + 2\mathbf{x} - 7$

j) $Q(x) = \mathbf{-x^3 -7x}$

Nombre del Polinomio:	**Q**	
Variable:	**x**	
Términos:	$\mathbf{-x^3}$	**-7x**
Coeficientes:	**-1**	**- 7**
Grado:	**3**	
Término principal:	$\mathbf{-x^3}$	
Coeficiente principal:	**-1**	
Término independiente:	**0**	

En este caso, al polinomio **Q**, le faltan dos términos, esto se debe a que los coeficientes de los términos faltantes son igual a cero. Al completar el Polinomio queda:

Polinomio Completo $\mathbf{-x^3 + 0x^2 -7x + 0}$

k) $R(x) = \mathbf{9x^6 - 5x^4 + 1}$

Nombre del Polinomio:	**R**

Variable:	**x**		
Términos:	**$9x^6$**	**$-5x^4$**	**1**
Coeficientes:	**9**	**-5**	**1**
Grado:	**6**		
Término principal:	**$9x^6$**		
Coeficiente principal:	**9**		
Término independiente:	**1**		

Estoy Estudiando

En este caso, al polinomio **R**, le faltan cuatro términos, esto se debe a que los coeficientes de los términos faltantes son igual a cero. Al completar el Polinomio queda:

Polinomio Ordenado y Completo $9x^6 + 0x^5 - 5x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 0x + 1$

l) $S(x) = 4x^8 + 1 - 5x^4 - x^7 + x^3 - x^8 + 3x^7 - x^3 + 7x^2 - 6 + x^4$

Encontramos que el polinomio esta desordenado, así que lo primero que haremos es ordenar los términos para que queden los exponentes en orden decreciente.

$$S(x) = 4x^8 - x^8 - x^7 + 3x^7 + x^4 - 5x^4 + x^3 - x^3 + 7x^2 + 1 - 6$$

Una vez ordenado, tenemos que los términos de igual grado (igual exponente), quedaron juntos, y los ponemos agrupar (sumar o restar, según corresponda).

$$S(x) = 3x^8 + 2x^7 + - 4x^4 + 0x^3 + 7x^2 - 5$$

Ya ordenado y agrupados los términos de igual grado (igual exponente), detectamos que el coeficiente del termino de grado 3 es cero, por lo tanto lo eliminamos del polinomio para que visualmente sea más simple y corto.

$$S(x) = 3x^8 + 2x^7 + - 4x^4 + 7x^2 - 5$$

Ahora precedemos a identificar sus partes.

Nombre del Polinomio:	**S**				
Variable:	**x**				
Términos:	**$3x^8$**	**$2x^7$**	**$-4x^4$**	**$7x^2$**	**-5**
Coeficientes:	**3**	**2**	**-4**	**7**	**-5**
Grado:	**8**				
Término principal:	**$3x^8$**				
Coeficiente principal:	**3**				
Término independiente:	**-5**				

En este caso, al polinomio **R**, le faltan cuatro términos, esto se debe a que los coeficientes de los términos faltantes son igual a cero. Al completar el Polinomio queda:

Polinomio Ordenado y Completo $3x^8 + 2x^7 + 0x^6 + 0x^5 - 4x^4 + 0x^3 + 7x^2 + 0x - 5$

VALOR NUMÉRICO DE UN POLINOMIO

Evaluar o calcular el valor numérico de un polinomio consiste en determinar qué valor toma el polinomio cuando la variable (x) se sustituye por un número concreto.

Videos Recomendados	
Evaluar o calculo del valor numérico de un Polinomio	https://youtu.be/UtKbXTUMGnQ

Como ejemplo consideramos el polinomio **$P(x) = x^3 - 3x + 5$** y queremos calcular, cual será el valor (resultado) cuando la variable "**x**" tome el valor 2 (dos).

Evaluar el polinomio en 2, consiste en sustituir la variable por 2 (es decir x=2).

Reemplazamos "x" por el valor 2: $P(2) = (2)^3 - 3(2) + 5$

Resolvemos y..... $P(2) = 8 - 6 + 5$

El Valor del Polinomio evaluado será: $P(2) = 7$

5) Calcular el valor numérico del polinomio, para el valor dado de la variable "**x**".

Deberás realizar claramente todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a)	$P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 6$	Para x = -1	R:	0 (cero)
b)	$P(x) = -2x^3 + 7x^2 - 8x - 2$	Para x = 3	R:	-17
c)	$P(x) = 2x^3 + 3x^2 + 5x + 8$	Para x = 2	R:	46
d)	$P(x) = 7x^5 - 2x^3 + 3x^2 - 5$	Para x = -1	R:	-7
e)	$P(x) = -2x^3 - 4x^2 + 3x + 8$	Para x = -2	R:	2
f)	$P(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{4}x + 7$	Para x = 4	R:	10
g)	$P(x) = x^3 + 5x^2 - 4x + 1$	Para x = 2	R:	21
h)	$P(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 1$	Para x = -3	R:	11

SUMA DE POLINOMIOS

Para realizar la suma de dos o más polinomios, se debe sumar los coeficientes de los términos cuya parte literal sean iguales, es decir, las variables y exponentes (o grados) sean iguales. Dicho de otra forma, sumamos los coeficientes de los términos de igual grado.

Veamos esta parte con un rápido y muy simple ejemplo.

Los monomios **3x** y **5x** se pueden sumar:	3x + 5x = 7x
Los monomios **3x** y **$2x^2$** no se pueden sumar.	Porque las Partes Literales de los monomios son distintas, es decir tienen distinto grado
Los monomios **2x** y **3y** no se pueden sumar.	Porque las Partes Literales de los monomios son distintas, es decir tienen distintas variables

Antes de Sumar, primero debemos:

- Ordenar los términos del polinomio por el exponente de la variable, comenzando por el término de mayor grado hasta llegar al menor. Si encontramos dos o mas monomios (términos) con la misma parte literal (variables y exponentes) las agruparemos (sumar o restar según corresponda).
- Completar los términos faltantes con un coeficiente igual a cero (indicando que ese termino vale cero y no existe, pero por claridad si lo vemos escrito).
- Escribimos un polinomio debajo del otro, de forma que los monomios semejantes (igual parte literal) queden en columnas y se puedan sumar.

Video Sugerido	
Términos Semejantes	https://youtu.be/cH_NPAETuvA
Suma y Resta de **Polinomios**	https://youtu.be/Yng9FbUK2MY

6) **Veamos esto con ejemplos.** Calcular la Suma de los polinomios dados.

Deberás realizar claramente todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a) Si $P(x) = 4x^6 - 5x^4 + x^3 + 1$
$Q(x) = x^6 - 2x^5 + 6x^4 - x^3 + x^2 - 4$

En este primer ejemplo, los polinomios ya están ordenados, por lo tanto, solo nos queda completar los términos faltantes (con coeficientes igual a cero), colocar un polinomio arriba del otro, dejando los términos de igual grado encolumnados (uno arriba del otro) y realizar la suma.

$$\begin{array}{rl} & P(x) = 4x^6 + 0x^5 - 5x^4 + x^3 + 0x^2 + 0x + 1 \\ + & Q(x) = x^6 - 2x^5 + 6x^4 - x^3 + x^2 + 0x - 4 \\ \hline & R(x) = 5x^6 - 2x^5 + x^4 + 0x^3 + x^2 + 0x - 3 \end{array}$$

Una vez realizada la suma, eliminamos los términos cuyo coeficiente sea igual a cero, solamente para hacer más simple a la lectura. Entonces el polinomio R(x) que resulta de la suma de P(x) y Q(x), queda como:

$R(x) = 5x^6 - 2x^5 + x^4 + x^2 - 3$

b) Si $G(x) = 3x^2 + 5x^3 + 6$
$Q(x) = 8x^2 - 3x^3 + 1$

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 5x^3 + 6 \\ + 8x^2 - 3x^3 + 1 \\ \hline 11x^2 + 2x^3 + 7 \end{array}$$

$R(x) = G(x) + Q(x) =$

Siempre copia el enunciado e identifica correctamente el ejercicio y recuerda que, de todos los ejercicios, se corregirá el procedimiento que realices para llegar al resultado propuesto.

c) Si $A(x) = 3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + x - 7$
$B(x) = 8x^3 - 6x^2 - 3$

$R(x) = A(x) + B(x) = 3x^4 + 13x^3 - 8x^2 + x - 10$

d) Si $P(x) = 4x^5 + 9x^4 + 5$
$Q(x) = 6x^2 - x^7 - 6x^5 + 4x$

$R(x) = P(x) + Q(x) = -x^7 - 2x^5 + 9x^4 + 6x^2 + 4x + 5$

e) Si $P(x) = 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 - x + 1$
$Q(x) = 5x^2 - 2x + 3$

$R(x) = P(x) + Q(x) = \mathbf{4x^4 + 3x^3 + 7x^2 - 3x + 4}$

f) Si $P(x) = -x^4 + 5x^2 - 3x - 1$
$Q(x) = 5x^4 + 3x^3 - x^2 - 2x + 3$

$R(x) = P(x) + Q(x) = \mathbf{4x^4 + 3x^3 + 4x^2 - 5x + 2}$

g) Si $M(x) = -3x^4 - 4x^3 - 1$
$N(x) = -x^4 + 4x^3 + 2x^2 + x + 1$

$R(x) = M(x) + N(x) = \mathbf{-4x^4 + 2x^2 + x}$

h) Si $G(x) = 4x^2 + 6x + 3$
$H(x) = 5x^4 - 5x^2 + 4x - 3$

$R(x) = G(x) + H(x) = \mathbf{5x^4 - x^2 + 10x}$

i) Si $G(x) = 6x^2 - x^7 - 6x^5 + 4x$
$H(x) = -x^4 + 4x^3 + 2x^2 + x + 1$

$R(x) = G(x) + H(x) = \mathbf{-x^7 - 6x^5 - x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 5x + 1}$

j) Y Ahora con Fracciones....

SI $G(x) = \frac{4}{8}x^5 - \frac{3}{7}x^3 - 5x^2 + \frac{3}{2}x + 6$

$H(x) = 3x^3 + \frac{1}{5}x - 7$

$$\begin{array}{llllll} \frac{4}{8}x^5 & +0x^4 & -\frac{3}{7}x^3 & -5x^2 & +\frac{3}{2}x & +6 \\ 0x^5 & +0x^4 & +3x^3 & +0x^2 & +\frac{1}{5}x & -7 \\ \hline \frac{1}{2}x^5 & +0x^4 & +\frac{18}{7}x^3 & -5x^2 & +\frac{17}{10}x & -1 \end{array}$$

k) Si $G(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{4}{5}x - \frac{1}{4}$

$Q(x) = \frac{7}{2}x^2 - \frac{1}{5}x - \frac{3}{4}$

$R(x) = G(x) + Q(x) = \frac{2}{3}x^3 + 3x^2 + \frac{3}{5}x - 1$

EL OPUESTO DE UN POLINOMIO

Dos Polinomios serán opuestos, cuando los coeficientes de las variables de igual grado poseen el signo contrario entre sí.

Entonces, podemos decir que si tenemos un polinomio **P(x) su opuesto será -P(x).**

Opuesto de un **Monomio** https://youtu.be/NvJklE6CWXw

Opuesto de un **Polinomio** https://youtu.be/RXZNc3bXCRs

7) **Calcular el opuesto de cada Polinomio.**

Deberás realizar claramente todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a) $P(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5x - 2$ | **R(x):** $-3x^3 + 4x^2 - 5x + 2$

Recordar que **el opuesto de un polinomio P(x) será -P(x)**. A esto lo podemos pensar de diferentas maneras, que en esencia es lo mismo.
Podemos pensar que el *opuesto de un polinomio es el mismo polinomio pero multiplicado por -1*, o directamente, *el opuesto de un polinomios el mismo polinomio con todos los signos cambiados*.

Polinomio dado $3x^3 - 4x^2 + 5x - 2$ Cambiamos todos los signos y el opuesto es ==> $-3x^3 + 4x^2 - 5x + 2$

b) $P(x) = -x^7 - x^4 + 8x^2 + 1$

R(x): $x^7 + x^4 - 8x^2 - 1$

c) $P(x) = 6x^5 + 4x^3 + 5x - 3$

R(x): $-6x^5 - 4x^3 - 5x + 3$

d) $P(x) = -x^7 - 6x^5 + 2$

R(x): $x^7 + 6x^5 - 2$

e) $P(x) = -4x^3 + 8x^2 + 5x + 1$

R(x): $4x^3 - 8x^2 - 5x - 1$

f) $P(x) = 3x^4 - x^3 + 8x^2 + x - 10$

R(x): $-3x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 10$

g) $P(x) = -9$

R(x): 9

h) $P(x) = x^4 + 13x^3 - x^2 - 10$

R(x): $-x^4 - 13x^3 + x^2 + 10$

RESTA DE POLINOMIOS

Videos Recomendados	
Suma y Resta de **Monomios**	https://youtu.be/uH6o7yaKOG4
Resta de **Polinomios**	https://youtu.be/Yng9FbUK2MY?t=342

Para realizar una resta de polinomios, sumaremos al minuendo el opuesto del sustraendo.

Dicho de otra manera, calculamos el opuesto del sustraendo y luego sumaremos los coeficientes de los términos cuya parte literal sean iguales de ambos polinomios.

Antes de Realizar la operación debemos:
- Ordenar los términos de ambos polinomios acorde al exponente de la variable, comenzando por el término de mayor grado hasta llegar al menor. Y si en algún polinomio encontramos dos o mas monomios (términos) con la misma parte literal (variables y exponentes) las agruparemos (sumar o restar según corresponda).
- En cada polinomio, Completamos los términos faltantes con un coeficiente igual a cero (indicando que ese termino vale cero y no existe, pero por claridad si lo vemos escrito).

- Escribimos un polinomio debajo del otro, de forma que los monomios semejantes (igual parte literal) queden en columnas y se puedan restar.
- Calculamos el opuesto del Sustraendo.
- Sumamos el Minuendo con el opuesto del sustraendo.

8) **Veamos esto con ejemplos.** Calcular las diferencia (restar ambos polinomios).

Deberás realizar claramente todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a) Si $P(x) = 6x^2 - x^7 - 6x^5 + 4x + 1$
$Q(x) = -3x^4 - 4x^3 - 1$

En este ejemplo, el primer polinomio **NO está ordenado**, por lo tanto, hay que ordenarlos y completar los términos faltantes (con coeficientes igual a cero), luego colocar un polinomio arriba del otro, dejando los términos de igual grado encolumnados (uno arriba del otro) y realizar la resta.

$$P(x) = -x^7 + 0x^6 - 6x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 6x^2 + 4x + 1$$
$$Q(x) = 0x^7 + 0x^6 + 0x^5 - 3x^4 - 4x^3 + 0x^2 + 0x - 1$$

Calculo y opuesto del Sustraendo - Es decir, el opuesto de Q(x)

$$\begin{array}{rl} & P(x) = -x^7 + 0x^6 - 6x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 6x^2 + 4x + 1 \\ + & -Q(x) = -0x^7 - 0x^6 - 0x^5 + 3x^4 + 4x^3 - 0x^2 - 0x + 1 \\ \hline & R(x) = -x^7 + 0x^6 - 6x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 2 \end{array}$$

Una vez realizada la suma, eliminamos los términos cuyo coeficiente sea igual a cero, solamente para hacer más simple a la lectura. Entonces el polinomio R(x) que resulta de la suma de P(x) y el opuesto Q(x), queda como:

$$R(x) = P(x) - Q(x) = -x^7 - 6x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 2$$

b) Si $P(x) = 6x^2 - 3x + 2$
$Q(x) = 5x^2 + 2x - 1$

Recuerda calcular el Opuesto y luego sumar

$$\begin{array}{rl} & 6x^2 - 3x + 2 \\ + & -5x^2 - 2x + 1 \\ \hline & x^2 - 5x + 3 \end{array}$$

$$R(x) = P(x) - Q(x) =$$

c) Si $P(x) = 5x^4 - 5x^2 + 4x - 3$
$Q(x) = 4x^2 + 6x + 3$

$$R(x) = P(x) - Q(x) = 5x^4 - 9x^2 - 2x - 6$$

d) Si $P(x) = x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 3x + 4$
$Q(x) = -x^5 + 3x + 4$

$$R(x) = P(x) - Q(x) = 2x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 6x$$

e) Si $P(x) = 2x^5 - 2x^4 + x^3 - 4x^2 + 4$
$Q(x) = -3x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 3x - 5$

$$R(x) = P(x) - Q(x) = 5x^5 - 5x^4 + 3x^3 - 9x^2 - 3x + 9$$

f) Si $P(x) = 7x^5 + 8x^4 - 6x^3 + 2x^2 - 3$
$Q(x) = -6x^5 - 7x^4 + 7x^3 - x^2 + x + 4$

$R(x) = P(x) - Q(x) = \mathbf{13x^5 + 15x^4 - 13x^3 + 3x^2 - x - 7}$

g) Si $P(x) = 2x^5 - 4x^4 - x^3 - 3x^2 + 2$
$Q(x) = -2x^5 + 3x^4 + x^3 + 3x^2 + x - 2$

$R(x) = P(x) - Q(x) = \mathbf{4x^5 - 7x^4 - 2x^3 - 6x^2 - x + 4}$

h) Si $G(x) = x^3 - 5x^2 + 2x$
$Q(x) = 2x^3 + 5x^2 - 2x - 3$

$R(x) = G(x) - Q(x) = \mathbf{-x^3 - 10x^2 + 4x + 3}$

i) Si $G(x) = -2x^5 + 3x^4 + x^3 + 3x^2 + x - 2$
$Q(x) = 2x^3 + 5x^2 - 2x - 3$

$R(x) = G(x) - Q(x) = \mathbf{-5x^5 + 3x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x + 1}$

Operaciones Entre Polinomios - Sumas y Restas

9) Resolver los siguientes operaciones entre polinomios.

Deberás realizar claramente todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a) $\left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{7}x^2 + \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{14}x^2 - \frac{2}{9}x + 6\right)$

$R(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{14}x^2 + \frac{31}{5} - \frac{2}{9}x$

Siempre copia el enunciado e identifica correctamente el ejercicio y recuerda que, de todos los ejercicios, se corregirá el procedimiento que realices para llegar al resultado propuesto.

b) $\left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{7}x^2 + \frac{1}{5}\right) - \frac{5}{6}x^3 - \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{14}x^2 - \frac{2}{9}x + \frac{31}{5}\right)$

$R(x) = -\frac{5}{6}x^3 - \frac{1}{14}x^2 + \frac{2}{9}x - 6$

c) $\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{14}x^2 - \left(-\frac{3}{7}x^2 + \frac{1}{14}x^2\right) - \frac{2}{9}x + \left(\frac{1}{5} + 6\right)$

$R(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{9}x + \frac{31}{5}$

d) $\frac{1}{3}x^3 + \left(-\frac{3}{7}x^2 + \frac{1}{14}x^2\right) - \frac{2}{9}x - \frac{5}{6}x^3$

$R(x) = -\frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{14}x^2 - \frac{2}{9}x$

e) $\left(-\frac{5}{6}x^3-\frac{1}{3}x^3\right)+\frac{1}{2}x^2+\frac{2}{9}x-\frac{31}{5}-\left(\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+\frac{31}{5}\right)$

R(x) = $-\frac{3}{2}x^3+x^2+\frac{2}{9}x-\frac{62}{5}$

f) **Calcular** p(x) + q(x)

$p(x)=x^5+x^4-4x^3+6x^2+x-7$

$q(x)=x^6+2x^4+x^2+5$

R(x) = $x^6+x^5+3x^4-4x^3+7x^2+x-2$

g) **Calcular** p(x) + q(x)

$p(x)=9x^5-2x^4+12x^3+x^2-x+10$

$q(x)=-x^5+5x^4-12x^3-2x^2+x-15$

R(x) = $8x^5+3x^4-x^2-5$

h) $\left(2x^5-2x^4-2x^3-7x+4\right)+\left(-3x^5+2x^4-5x^3+8x^2+3x-4\right)$

R(x) = $-x^5-7x^3+8x^2-4x$

i) $\left(\frac{3}{5}a^3-\frac{3}{7}a^4-\frac{1}{2}a-\frac{3}{8}a-6\right)+\left(-\frac{3}{8}a^3-\frac{5}{8}a^2+6\right)$

R(a) = $\frac{9}{40}a^3-\frac{3}{7}a^4-\frac{7}{8}a-\frac{5}{8}a^2$

j) $\left(\frac{3}{8}a-6\right)+\left(\frac{3}{5}a^2-\frac{5}{6}a^3\right)$

R(a) = $\frac{3}{8}a+\frac{3}{5}a^2-\frac{5}{6}a^3-6$

k) $\frac{1}{2}a^3+\frac{3}{5}a^2-\left(-\frac{5}{6}a^3+\frac{3}{5}a^2+\frac{3}{8}a-6\right)$

R(a) = $\frac{4}{3}a^3-\frac{3}{8}a+6$

Videos Sugeridos	
Suma y Resta de **Polinomios (Parte I)**	https://youtu.be/DXoqQOO_UW0
Suma y Resta de **Polinomios (Parte II)**	https://youtu.be/Qwel78U0FHY

Suma y Resta de **Polinomios (Parte III)**	https://youtu.be/-75ampGwq3I

Polinomios con Más de una Variable - Sumas y Restas

Trabajar con este tipo de polinomios, es exactamente igual que trabajar con una sola variable, solo hay que respetar que la parte literal de cada monomio sea igual para poderlas agrupar.

10) Resolver los siguientes operaciones entre polinomios.

Deberás realizar claramente todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a) $\left(a^2+\frac{1}{2}ab\right)+\left(-\frac{1}{4}ab+\frac{1}{2}b^2\right)+\left(-\frac{1}{4}ab-\frac{1}{5}b^2\right)$

A estos polinomios de dos variables los podemos resolver de las mismas formas que resolvimos los anteriores. Verticalmente, colocando los polinomios uno abajo del otro, ordenando por calumnias los términos homólogos, para luego sumándolos de la forma tradicional, u horizontalmente agrupando (sumando o restando) los términos homólogos.

$$\begin{array}{r} a^2+\frac{1}{2}ab+0b^2 \\ 0a^2-\frac{1}{4}ab+\frac{1}{2}b^2 \\ 0a^2-\frac{1}{4}ab-\frac{1}{5}b^2 \\ \hline a^2+0ab+\frac{3}{10}b^2 \end{array}$$

R(ab) = $a^2+\frac{3}{10}b^2$

b) $\left(x^2+\frac{2}{3}xy\right)+\left(-\frac{1}{6}xy+y^2\right)+\left(-\frac{5}{6}xy+\frac{2}{3}y^2\right)$

R(xy) = $x^2-\frac{1}{3}xy+\frac{5}{3}y^2$

Siempre copia el enunciado e identifica correctamente el ejercicio y recuerda que, de todos los ejercicios, se corregirá el procedimiento que realices para llegar al resultado propuesto.

c) $\left(\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{2}y^2\right)+\left(-\frac{2}{5}xy+\frac{1}{6}y^2\right)+\left(\frac{1}{10}xy+\frac{1}{3}y^2\right)$

R(xy) = $\frac{3}{4}x^2-\frac{3}{10}xy$

d) $\left(a+\frac{1}{2}b\right)+\left(-\frac{2}{3}a+\frac{3}{4}b\right)$

R(ab) = $\frac{1}{3}a+\frac{5}{4}b$

e) $\left(\frac{2}{3}a^2+\frac{1}{5}ab-\frac{1}{2}b^2\right)+\left(\frac{5}{6}a^2-\frac{1}{10}ab+\frac{1}{6}b^2\right)$

$$R(ab) = \frac{3}{2}a^2 + \frac{1}{10}ab - \frac{1}{3}b^2$$

f) $\left(-\frac{3}{2}a^3b + \frac{3}{4}ab^2 - b^3\right) + \left(\frac{1}{8}a^2b - \frac{5}{6}ab^2 + \frac{2}{3}b^3\right)$

$$R(ab) = -\frac{3}{2}a^3b - \frac{1}{12}ab^2 - \frac{1}{3}b^3 + \frac{1}{8}a^2b$$

g) $\frac{1}{2}a^3 - \frac{1}{3}b^3 - \left(-\frac{11}{8}a^2b - \frac{1}{12}ab^2 - \frac{1}{3}b^3\right)$

$$R(ab) = \frac{1}{2}a^3 + \frac{11}{8}a^2b + \frac{1}{12}ab^2$$