RACIONALIZACIÓN

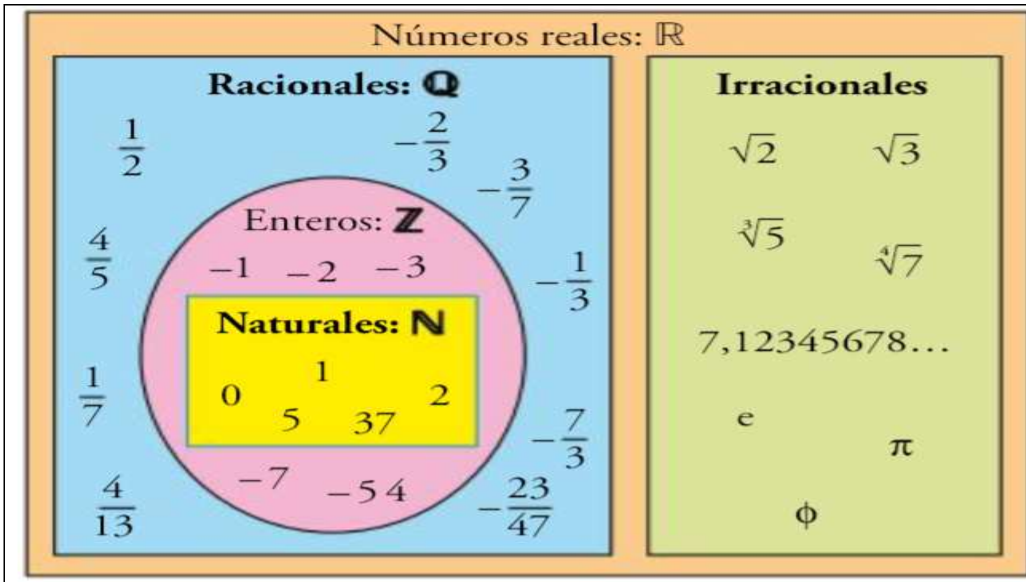
Introducción: No es difícil imaginar la existencia de números con infinitos decimales no periódicos, por ejemplo: 0,123857343769… ó 1,41421356… o π, que, por lo tanto no pueden ser escritos como una fracción. Se llaman **Números Irracionales**, y se designan con la letra **I.** Existen algunos ejemplos de números Irracionales "famosos", como:

$\pi = 3.141592653589...$	Que relaciona la longitud de la circunferencia y su radio
$\mathbf{e} = 2.718281828459...$	Numero de Euler: usado en logaritmos
$\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$	"N° de Oro": Número usado por grandes artistas en las proporciones de sus obras. Se relaciona con la idea de estética y belleza, relaciona desde las proporciones en el rostro, hasta las distancia entre cada rama y cada hoja en un árbol

Cada numero tiene un formato, y acorde a este formato se los clasifica en cinco tipos principales: números naturales «N», números enteros «Z», números racionales «Q», números reales «R» (incluyen a los irracionales) y un grupo muy amplio que incluye a todos los anteriores, llamado números complejos «C» que estudiaremos más adelante.

En esta clasificación, cada tipo de número es subconjunto de otro mayor, empezando por los números naturales como grupo de números más simples hasta llegar a la clasificación de números complejos «C».

Para lograr visualizar lo anterior les dejo un grafico en donde cada tipo de número ocupa su lugar.



Conjuntos Numéricos https://youtu.be/EjHd26nKHxM

La Unión entre los números **Racionales** y los números **Irracionales**, la denominamos **Números Reales**, y la simbolizamos con la letra «**R**».

Con los números Reales logramos la idea de "densidad" de la recta numérica.

IMPORTANTE: Si al calcular una medida o resolver un ejercicio, obtenemos como resultado un numero Irracional, como por ejemplo $\sqrt{7}$, debemos tener en claro que **ése es el valor exacto del número** y así lo dejamos expresado, sin buscar su expresión decimal.

Para trabajar en el conjunto de los números Irracionales «**I**», deberemos operar con radicales, y por ello repasaremos algunas propiedades de la Potenciación y de la Radicación.

REPASEMOS UN POCO

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN:

* Producto de Potencias de igual base los exponentes se suman:
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $\qquad 2^5 \cdot 2^2 = 2^{5+2} = 2^7 = 128$

* Cociente de Potencias de igual base los exponentes se restan:
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\qquad 2^5 : 2^2 = 2^{5-2} = 2^3 = 8$

* Potencia de otra Potencia, los exponentes se multiplican:
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $\qquad [(-2)^3]^2 = (-2)^6 = 64$

* Potencia con exponente cero, siempre es igual a 1 (siempre que la base sea distinta de cero):
$a^0 = 1$ $(\forall a \neq 0)$ $\qquad 105^0 = 1$

* Potencia de exponente negativo, el numerador de la base pasa al denominador y el denominado pasa al numerador, es decir, se invierten los valores: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $(\forall a \neq 0)$ $\qquad 2^{-3} = \frac{1}{8}$

* Distributividad respecto del producto y cociente:
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ $\qquad (a : b)^n = a^n : b^n$

* ***Recordar !!!***: La Potenciación **NO ES DISTRIBUTIVA** respecto de la **suma y la resta**
$(a + b)^n \neq a^n + b^n$ y $(a - b)^n \neq a^n - b^n$

Videos para Repasar	
Potencia (Comenzando)	https://youtu.be/-K0ZSm9lPeY
Exponentes Enteros Positivos y Negativos	https://youtu.be/tNer3cNu3iA
Fracciones con Exponente Negativos y/o Positivos	https://youtu.be/rEv6BUB6Pts
Multiplicación de Potencias con la Misma Base	https://youtu.be/U8LGr4IoYo8
División de Potencias con la Misma Base	https://youtu.be/Xe4QfU36jiQ
Potencia de Potencias	https://youtu.be/a_8MdRema-k

A Practicar....

1) Resuelve aplicando las propiedades de la potenciación y aclara en cada paso que propiedad usas:

Deberás escribir claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a) $5^6 . 5^3 . 5 =$ — R: 5^{10}

b) $\frac{h^5}{h^4} =$ Se puede platear como $h^5 . h^{-4}$ => h^{5-4} => h^1 — R: **h**

c) $\frac{a^3}{a^9 . b^2} =$ — R: $\frac{1}{a^6\, b^2}$

d) $4^a.6^b.4^b.6^a =$ — R: $4^{a+6} \times 6^{b+2}$

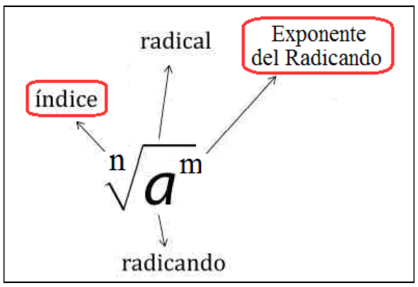
e) $\dfrac{x^4.y^9}{x^9.y^4} =$ — R: $\dfrac{y^5}{x^5}$

f) $\dfrac{a^3.a}{a^2.a^5} =$ — R: a^{-3}

g) $\left((k^4)^3\ \right)^2 =$ — R: k^{24}

h) $\left(x^3.(x^4)^3\right)^{\frac{6}{5}} =$ — R: x^{18}

PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN:



Un radical es una expresión de la forma $\sqrt[n]{a}$, en la que n $\subset \mathbb{N}$ y a $\in \mathbb{R}$; (con la salvedad de que cuando a sea negativo, n tiene que ser impar).

* Raíz de una potencia o potencia de una raíz: $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$
* Raíz de otra raíz: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}$
* Producto del índice y exponente por un mismo número: $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n.r]{a^{m.r}}$

* Distributividad respecto de la multiplicación y división:

$$\sqrt{a.b} = \sqrt{a}.\sqrt{b} = \qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

* OJO!!!: La Radicación **NO ES DISTRIBUTIVA** respecto de la **suma y la resta**

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b} \qquad \sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

2) Resuelve aplicando las propiedades de la radicación y aclara en cada paso que propiedad usas:

Deberás escribir claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a) $\sqrt{5}.\sqrt{6} =$ — R: $\sqrt{30}$

b) $\sqrt{\frac{7}{5}.\sqrt{\frac{3}{4}.\sqrt{\frac{1}{3}}}} =$ — R: $\dfrac{\sqrt[8]{72030000}}{10}$

c) $\sqrt{\sqrt{a}} =$ — R: $a^{\frac{1}{4}}$

d) $\sqrt{\dfrac{1}{2}}:\sqrt{\dfrac{6}{5}}=$

Primero aplica propiedades del producto y cociente, luego ...

$$\sqrt{\frac{1}{2}\div\frac{6}{5}}=\sqrt{\frac{5}{12}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{15}}{6}$$

R: $\dfrac{\sqrt{15}}{6}$

---

e) $\sqrt[4]{x^3}.\sqrt[3]{x}=$

R: $x\sqrt[12]{x}$

---

f) $\sqrt[3]{x.\sqrt{x}}=$

R: $\sqrt{x}$

---

g) $\sqrt{\sqrt[3]{27^2}}=$

R: 3

---

h) $\sqrt{a}:\sqrt[5]{a}=$

R: $\sqrt[10]{a^3}$

---

3) Resuelve aplicando las propiedades, y aclara en cada paso que propiedad usas:

Deberás escribir claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a) $\dfrac{2^5}{2^3}+3^{-1}-\sqrt{2}.\sqrt{2}+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2}=$

R: $\dfrac{19}{3}$

---

b) $\dfrac{4}{2^4}-\dfrac{1}{3^{-1}}+\dfrac{2^3.4}{32}-\sqrt{\dfrac{3^7}{3^3}}=$

R: $-\dfrac{43}{4}$

---

c) $3^{-2}.\dfrac{1}{3^3}.3^6+\sqrt{\sqrt{\dfrac{625}{81}}}+\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-1}=$

R: $\dfrac{37}{6}$

---

d) $\dfrac{\sqrt{10}.\sqrt{6}}{\sqrt{15}}-\left(\dfrac{1}{2}\right)^4:2^{-2}+\sqrt[3]{\dfrac{\sqrt{8}.\sqrt{8}}{27}}=$

R: $\dfrac{29}{12}$

---

e) $\sqrt[3]{\dfrac{125.x^9}{64.y^6}}=$

R: $\dfrac{5x^3}{4y^2}$

---

f) $\dfrac{\sqrt{81.\sqrt{64}}}{\left(\sqrt[7]{\sqrt[5]{32.x^5}}\right)^7}=$

Sabias que $\sqrt{648}=\sqrt{18^2.2}$

R: $\dfrac{9\sqrt{2}}{x}$

EXPONENTES FRACCIONARIOS: Los radicales se pueden expresar como potencias de índice fraccionario, de modo que el índice de la raíz sea el denominador del exponente, y el exponente del radicando (que puede tenerlo o no), sea el numerador del exponente.

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Ejemplo: $\sqrt{256} = \sqrt{2^8} = 2^{\frac{8}{2}} = 2^4 = 16$

SIMPLIFICACIÓN DE ÍNDICES: Si existe un número natural que divida al índice y al exponente (o los exponentes) del radicando, se obtiene un radical simplificado.

$$\sqrt[4]{36} = \sqrt[4]{2^2 \cdot 3^2} = \sqrt[2]{2 \cdot 3} = \sqrt{6}$$

4) Resuelve aplicando las propiedades, y aclara en cada paso que propiedad usas:

Deberás escribir claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a) $\sqrt[5]{5^{25}} =$ R: 5^5

b) $\sqrt[4]{7^{12}} =$ R: 7^3

c) $\sqrt[12]{x^8 \cdot y^6} =$ R: $\sqrt[6]{x^4 y^3}$

d) $\sqrt[15]{2^5 . b^{10}} =$ R: $\sqrt[3]{2b^2}$

e) $\sqrt[6]{\dfrac{729.x^{12}.y^3}{k^6}} =$ R: $\dfrac{3x^2\sqrt{y}}{k}$

f) $\sqrt[8]{4^4 \cdot x^8 \cdot y^{24} \cdot z^{32}} =$ R: $2xy^3z^4$

g) $\sqrt[5]{x^{15}\, 5^{10}}$ R: $25x^3$

5) De los siguientes ejercicios, es posible que algunos sean correctos? ¿Cuál o cuales? Explica por que los incorrectos son incorrectos. Hay alguna forma de resolverlos?

Deberás escribir claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a) $\sqrt{100+25} = 10 + 5 = 15$

b) $\sqrt[6]{(-2)^6} = -2$

c) $\sqrt{12}.\sqrt{3} = \sqrt{36} = 6$

d) $\sqrt{(-9).(-4)} = \sqrt{-9}.\sqrt{-4} \notin \Re$

R: ?

6) Extraer todos los factores de las raíces cuando sea posible:

Deberás escribir claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a) $\sqrt{32} =$ R: $4\sqrt{2}$

b) $\sqrt{27.x^5} =$ R: $3x^2\sqrt{3x}$

c) $\sqrt{0{,}81} =$ **Primero transforma el número decimal en fracción. El resultado será evidente.** R: $\frac{9}{10}$

d) $\sqrt{81.a^6.b^7.c^8} =$ R: $9a^3b^3c^4\sqrt{b}$

e) $\sqrt[3]{\frac{0{,}049.a^{10}.b^{12}}{c^{15}}} =$ **Primero transforma el numero decimal en fracción** R: $\frac{a^3b^4\sqrt[3]{49a}}{10c^5}$

f) $\sqrt[3]{16200.x^{11}.y^7.z^5} =$ R: $6x^3y^2z\sqrt[3]{75x^2yz^2}$

g) $\sqrt[4]{1296.t^9} =$ R: $6t^2\sqrt[4]{t}$

h) $\sqrt[3]{\frac{729.x^{13}.y^{12}}{z^6}} =$ R: $\frac{9x^4y^4\sqrt[3]{x}}{z^2}$

RACIONALIZACIÓN DE DENOMINADORES

La racionalización de radicales consiste en quitar los radicales del denominador, es decir, reescribir una expresión conservando su valor, pero sin radicales en el denominador.

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x}$$

Videos para Repasar	
Racionalización - Introducción	https://youtu.be/2HUHWhBjDQg
Racionalización - Casos 1 y 2	https://youtu.be/PI2TVst7lbs
Racionalización - Caso 3	https://youtu.be/Dw7HrYXMJQc
Racionalización - Caso 4	https://youtu.be/ZXITwNX_nhY

Podemos distinguir Cuatro casos, pero solo estudiaremos los tres primeros casos:

-o-

1er caso: La raíz del denominador es cuadrada: $\frac{a}{b\sqrt{c}}$

Se multiplica el numerador y el denominador por: $\sqrt{c}$

Resolvamos y Analicemos paso a paso un ejemplo:

$$\frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{2\cdot\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{2\cdot\sqrt{2}}{3\left(\sqrt{2}\right)^2} = \frac{2\cdot\sqrt{2}}{3\cdot 2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

7) **Ejercicios del Primer Caso.** A practicar un Poco.

a) $\frac{8}{\sqrt{2}}$

Si bien cualquiera de los dos resultados esta bien, es preferible el segundo, ya que ha sido simplificado

R: $\frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

Para estar seguro que se comprendió el concepto. Presta atención al resultado

b) $\frac{3}{\sqrt{7}}$

$$\frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}} = \frac{3\cdot\sqrt{7}}{7}$$

Denominador Irracional

Denominador Racional

R: $\frac{3\cdot\sqrt{7}}{7}$

Este ejercicio es muy similar al anterior, pero acá se evidencia que, en el denominador ha desaparecido la raíz. A este proceso es que llamaremos: **RACIONALIZACIÓN**

c) $\frac{a}{b\sqrt{c}}$

$$\frac{a}{b\sqrt{c}} = \frac{a\cdot\sqrt{c}}{b\sqrt{c}\cdot\sqrt{c}} = \frac{a\cdot\sqrt{c}}{b\left(\sqrt{c}\right)^2} = \frac{a\cdot\sqrt{c}}{b\cdot c}$$

R: $\frac{a\cdot\sqrt{c}}{b\cdot c}$

d) $\frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{11}}$

R: $\frac{5\sqrt{77}}{11}$

e) $\sqrt{\frac{5}{3}}$

Recuerda que por propiedad de las raíces (cociente)

$$\sqrt{\frac{5}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

R: $\frac{\sqrt{5}\sqrt{3}}{3}$

f) $\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}$

R: $\frac{3}{2}\sqrt{2}$

Como puedes apreciar, hay dos términos, y solo uno necesita ser racionalizado. Una vez racionalizado el segundo termino, podemos agrupar términos (obtener factor común) y sumar las fracciones, aunque podríamos haber sumado los términos sin el factor común.

$$\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \left(1 + \frac{1}{2}\right)\sqrt{2} = \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

8) **Más ejercicios, r**esuélvelos.

a) $\frac{2}{\sqrt{x}}$

R: $\frac{2\sqrt{x}}{x}$

b) $\frac{x}{\sqrt{x}}$ R: $\sqrt{x}$

c) $\frac{10x}{\sqrt{5x}}$ R: $2\sqrt{5x}$

d) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5y}}$ R: $\frac{\sqrt{y}}{y}$

e) $\frac{8x}{\sqrt{2x}}$ R: $4\sqrt{2x}$

f) $\frac{3x^2}{\sqrt{3x}}$ R: $x\sqrt{3x}$

g) $\frac{\sqrt{9x}}{3\sqrt{x}}$ R: 1

h) $\frac{\sqrt{50}}{10\sqrt{2x}}$ R: $\frac{\sqrt{x}}{2x}$

i) $\frac{3+x}{6\sqrt{7}}$ R: $\frac{(3+x)\sqrt{7}}{42}$

j) $\frac{x\sqrt{32}}{4\sqrt{2x}}$ R: $\sqrt{x}$

k) $\frac{2\sqrt{x^3}}{\sqrt{4x}}$ R: x

l) $\frac{x\sqrt{4x}}{2\sqrt{x^3}}$ R: 1

m) $\frac{2x}{\sqrt{8x^3}}$ R: $\frac{\sqrt{2x}}{2x}$

2do caso: La raíz del denominador tiene índice mayor a 2: $\dfrac{a}{b\,\sqrt[n]{c^m}}$

Se multiplica numerador y denominador por: $\sqrt[n]{c^{n-m}}$

Analicemos paso a paso un ejemplo:

$$\frac{2}{3\sqrt[5]{4}}=\frac{2}{3\sqrt[5]{2^2}}=\frac{2\cdot\sqrt[5]{2^3}}{3\sqrt[5]{2^2}\cdot\sqrt[5]{2^3}}=\frac{2\sqrt[5]{8}}{3\sqrt[5]{2^5}}=\frac{2\sqrt[5]{8}}{3\cdot 2}=\frac{\sqrt[5]{8}}{3}$$

9) **Ejercicios del Segundo Caso.** A practicar un Poco.

a) $\dfrac{3}{\sqrt[3]{36}}$ $\quad \dfrac{3}{\sqrt[3]{36}}=\dfrac{3}{\sqrt[3]{6^2}}\cdot\dfrac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{6}}=\dfrac{3\sqrt[3]{6}}{\cancel{\sqrt[3]{6^3}}}=\dfrac{3\sqrt[3]{6}}{6}=\dfrac{\sqrt[3]{6}}{2}$ R: $\dfrac{\sqrt[3]{6}}{2}$

b) $\dfrac{10}{\sqrt[3]{2}}=$ R: $5\sqrt[3]{4}$

c) $\dfrac{2x}{3.\sqrt[3]{x}}=$ R: $\dfrac{2\sqrt[3]{x^2}}{3}$

d) $\dfrac{4}{\sqrt[9]{256y^8}}=$ Antes tenías una "**x**" ahora tienes una "**y**". Sabes que hacer? R: $\dfrac{2\sqrt[9]{2y}}{y}$

e) $\dfrac{\sqrt{2x}}{\sqrt[3]{2x}}=$ R: $\sqrt[6]{2x}$

f) $\dfrac{\sqrt[5]{216}}{\sqrt[5]{108}}=$ R: $\sqrt[5]{2}$

g) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}=$ R: $\dfrac{\sqrt[3]{9}}{3}$

h) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$ R: $\dfrac{\sqrt[3]{x^2}}{x}$

i) $\dfrac{x}{\sqrt[3]{x}}$ R: $\sqrt[3]{x^2}$

j) $\frac{38.\sqrt{2}}{\sqrt[19]{3^5}} =$

R: $\frac{38\sqrt[38]{19683\times 6^{19}}}{3}$

k) $\frac{32}{\sqrt[12]{23^5}} =$

R: $\frac{32\sqrt[12]{23^7}}{23}$

l) $\frac{1}{\sqrt{ab^6c^{10}}}$

R: $\frac{\sqrt{a}}{ab^3c^5}$

m) $\sqrt[5]{\frac{1}{4^3}}$

Recuerda las propiedades de las Raíces en la División.

R: $\frac{\sqrt[5]{16}}{4}$

$$\sqrt[5]{\frac{1}{4^3}} = \frac{\sqrt[5]{1}}{\sqrt[5]{4^3}} = \frac{1}{\sqrt[5]{4^3}}\cdot\frac{\sqrt[5]{4^2}}{\sqrt[5]{4^2}} = \frac{\sqrt[5]{4^2}}{\sqrt[5]{4^5}} = \frac{\sqrt[5]{16}}{4}$$

n) $\frac{3}{\sqrt[3]{2}}$

R: $\frac{3\sqrt[3]{4}}{2}$

o) $\frac{2}{3\sqrt[5]{4}}$

Desarrollo paso a paso del ejercicio:

R: $\frac{\sqrt[5]{8}}{3}$

$$\frac{2}{3\sqrt[5]{4}} = \frac{2}{3\sqrt[5]{2^2}} = \frac{2\cdot\sqrt[5]{2^3}}{3\cdot\sqrt[5]{2^2}\cdot\sqrt[5]{2^3}} = \frac{2\cdot\sqrt[5]{8}}{3\cdot\sqrt[5]{2^5}} = \frac{\cancel{2}\cdot\sqrt[5]{8}}{3\cdot\cancel{2}} = \frac{\sqrt[5]{8}}{3}$$

p) $\frac{2}{\sqrt[3]{x}}$

Desarrollo paso a paso del ejercicio:

R: $\frac{2\sqrt[3]{x^2}}{x}$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{x}} = \frac{2}{\sqrt[3]{x}}\bullet\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{2\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x}\sqrt[3]{x^2}} = \frac{2\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x\bullet x^2}} = \frac{2\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^3}} = \frac{2\sqrt[3]{x^2}}{x}$$

q) $\frac{1}{\sqrt[3]{2x^2}}$

R: $\frac{\sqrt[3]{4x}}{2x}$

r) $\frac{2}{\sqrt[3]{8x^2}}$

Recuerda que $\sqrt[3]{8} = 2$

R: $\frac{\sqrt[3]{x}}{x}$

s) $\dfrac{2x}{\sqrt[3]{8x^4}}$ **Cuidado**, primero ver si puedes extraer factores de la raíz. R: $\dfrac{\sqrt[3]{x^2}}{x}$

t) $\dfrac{\sqrt{2x^4}}{\sqrt[3]{2x}}$ R: $x\sqrt[6]{2x^4}$

u) $\dfrac{\sqrt[4]{27}}{3\sqrt[4]{3x^3}}$ Más abajo, se explican algunas partes del proceso para simplificar, antes de la nacionalización. R: $\dfrac{\sqrt[4]{9x}}{3x}$

1)- Si pensamos que la ecuación, surgió de multiplicar	$\dfrac{1}{3}$ con $\dfrac{\sqrt[4]{27}}{\sqrt[4]{3x^3}}$	Resultando	$\dfrac{\sqrt[4]{27}}{3\sqrt[4]{3x^3}}$
2)- Entonces, partiendo de la suposición del primer punto y aplicando las propiedades de la raíz de una división:	$\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{\sqrt[4]{27}}{\sqrt[4]{3x^3}}=\dfrac{1}{3}\cdot\sqrt[4]{\dfrac{\cancel{27}}{\cancel{3}x^3}}=\dfrac{1}{3}\cdot\sqrt[4]{\dfrac{9}{x^3}}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{\sqrt[4]{9}}{\sqrt[4]{x^3}}=\dfrac{\sqrt[4]{9}}{3\sqrt[4]{x^3}}$		
3)- Procedemos a racionalizar la ecuación simplificada	$\dfrac{\sqrt[4]{9}}{3\sqrt[4]{x^3}}$	Resultando	$\dfrac{\sqrt[4]{9x}}{3x}$

v) $\dfrac{2x^2}{\sqrt[3]{8x^4}}$ **Cuidado**, primero ver si puedes extraer factores de la raíz. R: $\sqrt[3]{x^2}$

w) $\dfrac{2\sqrt[4]{x}}{\sqrt[4]{16x}}$ R: **1**

3^er^ caso: En el denominador hay un binomio con, al menos un radical: $\dfrac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}$

Se multiplica el numerador y denominador por el conjugado del denominador (es decir, el mismo binomio **pero con el signo del segundo término cambiado**), de manera de poder aplicar diferencia de cuadrados.

$$\frac{a}{\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)}\times\frac{\left(\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)}{\left(\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)}$$

Analicemos paso a paso un ejemplo: (Notar que multiplicamos numerador y denominador por el mismo binomio pero con el signo del segundo término cambiado**)**

$$\frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{2\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)}=\frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2-3}=\frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{-1}=-2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$$

10) Ejercicios del Tercer Caso. Racionalizar las siguientes expresiones:

Deberás escribir claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a) $\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=$ R: $\dfrac{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}{2}$

b) $\dfrac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} =$ R: $-\dfrac{\sqrt{3}-3}{2}$

c) $\dfrac{3-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} =$ R: $\dfrac{11-6\sqrt{2}}{7}$

d) $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} =$ R: $-5+2\sqrt{6}$

e) $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}} =$ R: $-1+\sqrt{2}$

f) $\dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{10}-\sqrt{2}} =$ R: $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

g) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} =$ R: $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

h) $\dfrac{12.(\sqrt{3}-5)}{\sqrt{3}+5} =$ R: $-\dfrac{168-60\sqrt{3}}{11}$

i) $\dfrac{\sqrt{20}}{20+\sqrt{20}} =$ R: $\dfrac{2\sqrt{5}-1}{19}$

j) $\dfrac{\sqrt{a}-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} =$ R: $\dfrac{a-\sqrt{ab}-b\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{a-b}$

k) $\dfrac{\sqrt{A}-\sqrt{B}}{\sqrt{A}+\sqrt{B}}$ Cuidado, hay una diferencia con el anterior. Visualízala. R: $\dfrac{A-2\sqrt{A\,B}+B}{A-B}$

l) $\dfrac{2.\sqrt{15}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} =$ R: $5\sqrt{3}+3\sqrt{5}$

m) $\dfrac{1-\sqrt{11}}{1+\sqrt{11}}$ Analiza bien el procedimiento R: $\dfrac{-6+\sqrt{11}}{5}$

$$\frac{1-\sqrt{11}}{1+\sqrt{11}}=\frac{1-\sqrt{11}}{1+\sqrt{11}}\cdot\frac{1-\sqrt{11}}{1-\sqrt{11}}=\frac{\left(1-\sqrt{11}\right)^2}{1^2-\left(\sqrt{11}\right)^2}=\frac{1-2\sqrt{11}+\left(\sqrt{11}\right)^2}{1-11}=\frac{1-2\sqrt{11}+11}{-10}=\frac{12-2\sqrt{11}}{-10}=\frac{-6+\sqrt{11}}{5}$$

denominador racional

n) $\dfrac{2}{3+\sqrt{3}}$ | $\frac{2}{3+\sqrt{3}}=\frac{2\cdot(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})\cdot(3-\sqrt{3})}=$ **?** Y ahora continuas solo.! | R: $\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}$

o) $\dfrac{2}{4-2\sqrt{2}}$ | R: $\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$

p) $\dfrac{2\sqrt{2}}{5-2\sqrt{6}}$ | Sabias que $\sqrt{12}=\sqrt{4\cdot 3}$ | R: $10\sqrt{2}+8\sqrt{3}$

q) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ | $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\cdot(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})\cdot(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=$ **?** Y ahora continuas solo.! | R: $\sqrt{6}+2$

11) **Tercer Caso.** Resuelve los siguientes ejercicios.

a) $\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{2}+\sqrt{x}}$ | R: $\dfrac{\sqrt{2x}-x}{2-x}$

b) $\dfrac{5y}{2\sqrt{y}-5}$ | R: $\dfrac{10y\sqrt{y}+25y}{4y-25}$

c) $\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}$ | R: $\dfrac{1+\sqrt{x}}{1-x}$

d) $\dfrac{x}{2+\sqrt{x}}$ | En el resultado, podrías obtener un factor común en el numerador? | R: $\dfrac{2x-x\sqrt{x}}{4-x}$

e) $\dfrac{4x}{2-\sqrt{4x}}$ | Presta atención. Abajo puedes ver los pasos finales de la solución del ejercicio. | R: $\dfrac{2x\left(1+\sqrt{x}\right)}{1-x}$

$$\frac{4x}{2-\sqrt{4x}}=\frac{4x}{2-2\sqrt{x}}=\frac{4x}{2\left(1-\sqrt{x}\right)}=\frac{2x}{1-\sqrt{x}}=\frac{2x}{1-\sqrt{x}}\cdot\frac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}=\frac{2x\cdot\left(1+\sqrt{x}\right)}{\left(1-\sqrt{x}\right)\cdot\left(1+\sqrt{x}\right)}=\frac{2x+2x\sqrt{x}}{1-x}=\frac{2x\left(1+\sqrt{x}\right)}{1-x}$$

f) $\dfrac{\sqrt{4x}-2x}{2-2\sqrt{x}}$ | Presta atención, analiza el procedimiento:  | R: $\sqrt{x}$

Comenzamos a resolver. Plateo el Ejercicio:	$\frac{\sqrt{4x}-2x}{2-2\sqrt{x}}$
1)- Extraigo el 4 de la raíz	$\frac{2\sqrt{x}-2x}{2-2\sqrt{x}}$
2)- Extraigo factor común 2 en el numerador y denominados. Simplifico.	$\frac{\cancel{2}\left(\sqrt{x}-x\right)}{\cancel{2}\left(1-\sqrt{x}\right)}$
3)- Comienzo la Racionalización. Multiplico y divido por el conjugado del denominador.	$\frac{\left(\sqrt{x}-x\right)\cdot\left(1+\sqrt{x}\right)}{\left(1-\sqrt{x}\right)\cdot\left(1+\sqrt{x}\right)}$
4)- Aplico la propiedad distributiva en el numerador y denominador.	$\frac{\sqrt{x}+x-x-x\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}-\sqrt{x}-x}$
5)- Sumo y resto elementos comunes en el numerador y denominador.	$\frac{\sqrt{x}-x\sqrt{x}}{1-x}$
6)- Extraigo factor común en el numerador y simplifico elementos comunes en el numerador y denominador.	$\frac{\sqrt{x}\cancel{(1-x)}}{\cancel{1-x}}$
RESULTADO:	$\sqrt{x}$

g) $\frac{3\sqrt[3]{x^4}+3x}{\sqrt[3]{27x}+3}$

Recuerda que $\sqrt[3]{27}=3$

R: **x**

h) $\frac{4x}{8-2\sqrt{x}}$

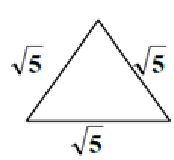
R: $\frac{8x+2x\sqrt{x}}{16-x}=\frac{2x\left(4+\sqrt{x}\right)}{16-x}$

Geometría y Trigonometría usando Valores Irracionales.

Deberás escribir claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

12) Resolver.

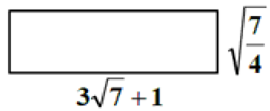
a) Calcular altura y superficies de un triángulo equilátero de lado igual a $\sqrt{5}$. Indicar además si los valores obtenidos, son números racionales o irracionales?



h: $\frac{\sqrt{15}}{2}$

Sup: $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

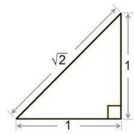
b) Hallar el perímetro y la superficie de de la imagen.
Indicar además si los valores obtenidos, son números racionales o irracionales?



Per:	$7\sqrt{7}+1$
Sup:	$\frac{21+\sqrt{7}}{2}$

---

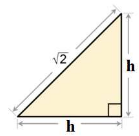
c) - Demuestra que los datos de la figura son correctos. Es decir, si los catetos valen uno, entonces la hipotenusa es correcta?.
- Cual es la superficie del triangulo?



R:	Es Correcta
Sup:	$\frac{1}{2} = 0{,}5$

---

d) - Calcula la superficie del Triangulo de la figura. Debes saber que h es un número entero positivo, y la hipotenusa es igual a la raíz de dos.

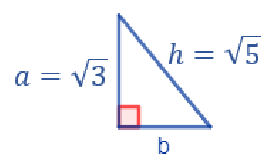


Sup:	$\frac{\sqrt[2]{2}}{2}$

---

e) - Calcula la superficie del Triangulo de la figura. Recuerda que:

$h^2 = a^2 + b^2$ Y que $S = \frac{b \cdot h}{2}$

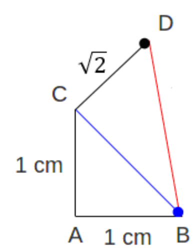


Sup:	$b = \sqrt{2}$ $S = \frac{\sqrt{6}}{2}$

---

f) - Considerando ambos triángulos como rectángulos, se pide calcula la superficie y perímetro de la figura (ACDB).

Debes usar los datos propuestos.

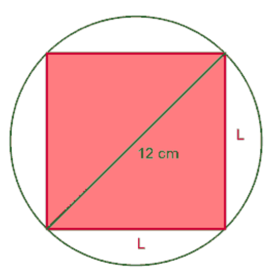


Lado DB:	**2**
Sup:	$\frac{3}{2}$
Per:	$4+\sqrt{2}$

---

g) - Calcula el lado y la superficie del cuadrado inscripto en la circunferencia, usa los datos de la figura.
- Explicar los pasos dados para resolver el problema.
- Indicar además si los valores obtenidos, son números racionales o irracionales?

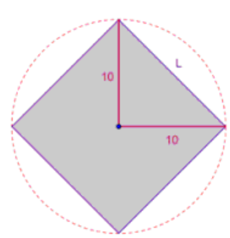
Puedes resolver este problema usando el teorema de Pitágoras o con Trigonometría.



L:	$6\sqrt{2}$
Sup:	**72cm^2**

---

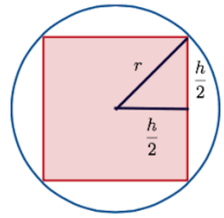
h) - Calcula la superficie que se encuentra fuera del cuadrado pero dentro del círculo, usa los datos de la figura.
- Explicar los pasos dados para resolver el problema.
- Indicar además si los valores obtenidos, son números racionales o irracionales?



R:	$100(\pi - 2)$
Lcu=	$10\sqrt{2}$
Scu=	**200**
Scir=	$\pi \times 100$
Sup=	Scir - Scua

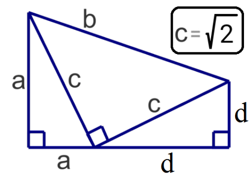
---

i) - Calcula el perímetro del circulo sabiendo que el lado **h** del cuadrado, tiene una longitud de 5 centímetros, usa la figura para orientarte.
- Explicar los pasos dados para resolver el problema.
- Indicar además si los valores obtenidos, son números racionales o irracionales?



R:	$5\pi\sqrt{2}$
Rad=	$\frac{h\sqrt{2}}{2}$
Per=	$2\pi r$

j) - Calcula el perímetro y superficie de la figura.
- Explicar los pasos dados para resolver el problema.
- Habiendo encontrado los valores correctos de cada lado, dibuja apropiadamente la figura.



Per:	6
Sup:	2

VALOR ABSOLUTO

Video para Repasar
VALOR ABSOLUTO https://youtu.be/O5PjnphvXaI

El VALOR ABSOLUTO de un número "**a**", se escribe $|a|$, y Será igual al mismo número, pero siempre con signo positivo. Veamos unos ejemplos:

$\|-5\| = 5$	$\|0\| = 0$	$\|-2,9\| = 2,9$
$\|5\| = 5$	$\left\|-\frac{1}{5}\right\| = \frac{1}{5}$	$\|3,1\| = 3,1$

Cosas que tenemos que saber del Valor Absoluto

1- El valor absoluto de un número es siempre no negativo:
$|x| \geq 0$

2- Los números opuestos tienen igual valor absoluto.
$|a| = |-a|$
$|5| = |-5| = 5$

3- El valor absoluto de un producto es igual al producto de los valores absolutos de los factores.
$|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
$|5 \cdot (-2)| = |5| \cdot |(-2)| \qquad |-10| = |5| \cdot |2| \qquad 10 = 10$

Y análogo para el cociente:
$\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

13) Resolver los siguientes ejercicios:

Deberás escribir claramente en tu carpeta, todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Tú debes hacer la auto corrección de todos los ejercicios, para eso dispones de los resultados.

a)	$\|-8\| + \|8\|$	R:	16
b)	$\|-3 -6\|$	R:	9
c)	$\|-5+2-4\|$	R:	7
d)	$\|-5+3-7\|-\|-5+4-2\|$	R:	6
e)	$\frac{\|-6\|}{\|-3\|}$	R:	2
f)	$\frac{\|-8 +4 -3\|}{\|-5+2-4\|}$	R:	1

g) $\dfrac{|-24|+|-6|-|15|}{|-3|}+|10|$ R: 15

h) $\left(\dfrac{|-10|\times|-2|}{|-5|}\right)^2$ R: 16

i) $\dfrac{|-7|+|-18|-|-3|}{|-6|+|-5|}+\sqrt{|-100|}$ R: 12

j) $|-4|\times\sqrt{\dfrac{|-2|+|6|}{|-2|}}$ R: 8

k) $\sqrt{\left(\dfrac{|-5|+|25|}{|-3|}\right)^2}$ R: 10

l) $\dfrac{(|-2|)^2}{|-4|}+\sqrt{\dfrac{|-9|\times|2|}{\sqrt{|4|}}}-(|-3|+|6|)^2$ R: -77