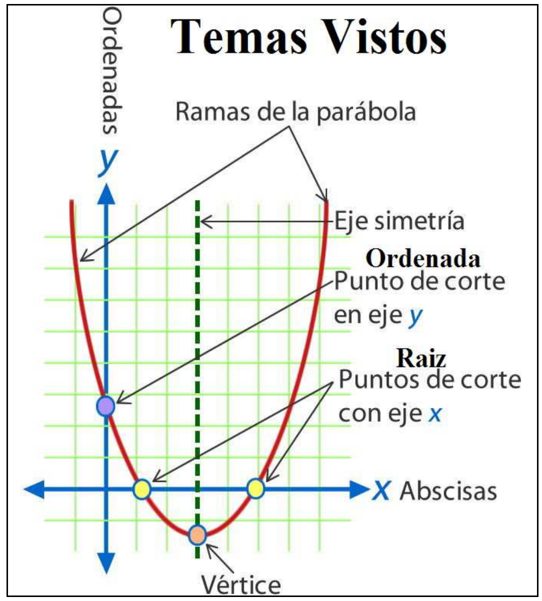
Repasemos Un Poco

Una función cuadrática es una función polinómica de segundo grado cuya expresión general es $f(x)=ax^2+bx+c$, siendo a, b y c números reales y **a≠0** (a distinto de cero).

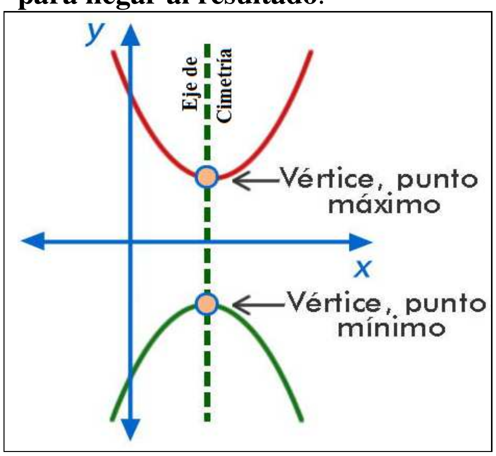


La representación gráfica de una función cuadrática, siempre es una Parábola.

Partiendo de la ecuación $\boxed{y = ax^2 + bx + c}$ podemos confeccionar una tabla de valores, es muy simple encontrar los puntos necesarios para realizar una grafica muy aproximada a su forma real.

El Vértice y Eje de Simetría

Ahora estudiaremos el vértice da una parábola, para lo que veremos una rápida introducción y comenzaremos a resolver algunos ejercicios.
Como siempre encontrarás los resultados para realizar la autocorrección de todos los ejercicios propuestos, y recuerda que se **evaluará el procedimiento que uses para llegar al resultado**.



El vértice es el punto donde cambia de dirección la parábola (punto más alto o más bajo de la parábola), es por donde pasa el **EJE DE SIMETRÍA** (Justo la mitad de la figura).

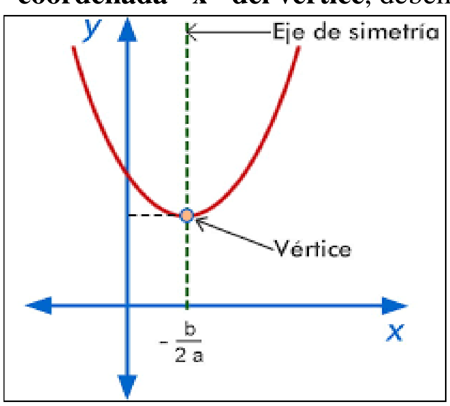
Cuando a > 0, las ramas de la parábola van hacia arriba, entonces **el vértice será el punto mínimo**.

Pero si a < 0 entonces las ramas de la parábola van hacia abajo y **el vértice será el punto máximo** de la parábola.

Las ecuaciones cuadráticas pueden tener **un máximo o un mínimo, pero no ambos**. Repitiendo lo anteriormente dicho, el máximo o mínimo de una Parábola, es el punto más alto o más bajo al que puede llegar su grafica.

El punto máximo o mínimo de una función Cuadrática (**el vértice**), tiene una coordenada "**x**" y una coordenada "**y**" (**como todo punto**). Para encontrar la **coordenada "x" del vértice**, debemos usar la siguiente fórmula =======>

$$\boxed{Vx = -\frac{b}{2a}}$$



Una vez encontrada la coordenada "**x**" del vértice (**punto máximo o mínimo de la parábola**), debemos encontrar la coordenada "**y**", que podemos hacerlo mediante dos formas:
a)- Reemplazando Vx (el valor "**x**" que encontramos recién) en la ecuación original, y resolvemos.
b)- Usando la formula:

$$\boxed{V_y = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}}$$

Completamos así las coordenadas del Vértice (**V_x,V_y**) de la parábola, (que también, será el punto máximo o mínimo de la parábola).

<u>MUY IMPORTANTE:</u> El punto (**V_x,V_y**) o **vértice** encontrado, es uno de los puntos por donde pasa una recta llamada "**EJE DE SIMETRÍA**". (Esta recta cortará justo la mitad y en partes simétricas a la parábola).

Sistema de Ecuaciones - Intersección de 2 (dos) Parábolas

1) **Solucionar y graficar el sistema de ecuaciones** $\begin{cases} y = -x^2 + 18 \\ y = x^2 \end{cases}$

Paso 01: Para poder Graficar estos problemas, primero calculemos la ordenada, raíces y vértice de cada parábola por separado.
Como esto ya lo has hechos en muchos ejercicios anteriormente, te dejo los resultados para que puedas realizar tu autocorrección.

Ver Gráfico

Ecuación ==> $y = -x^2 + 18$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
18	$-3\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	Max.(0,18)

Ecuación ==> $y = x^2$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
0	0	No Tiene	Min.(0,0)

Habiendo graficado ambas parábolas en el mismo sistema de ejes cartesianos, ya puedes ver que realmente se cortan, pero ahora hay que encontrar y calcular el lugar exacto en que lo hacen.

Paso 02: Ahora resolvemos el sistema de dos ecuaciones tal como lo veníamos haciendo.

Sistema de Ecuaciones	$y = -x^2 + 18$ $y = x^2$
Igualamos	$y = y$ $-x^2 + 18 = x^2$
Pasamos todos los elementos a un lado de la ecuación, y así aplicar formula de Bhaskara	$-x^2 - x^2 + 18 = 0$
Resolvemos	$-2x^2 + 18 = 0$
a = -2 **b = 0** **c = 18**	$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Sustituyo	$x = \dfrac{-(0) \pm \sqrt{(0)^2 - 4_x(-2)_x 18}}{2_x(-2)}$
Resuelvo y encuentro dos valores	$R_1 = -3$ y $R_2 = 3$

Lo que encontramos, son las coordenadas "**x**" de cada uno de los puntos de corte entre las parábolas. Ahora hay que encontrar las coordenadas "**y**" de cada uno de esos puntos de corte.

Paso 3: Calcularemos la coordenada "**y**", de cada una de las coordenadas "**x**" que encontramos en el "**paso 2**". Esta parte es muy simple, ya que solo hay que valuar (reemplazar) los valores de las "**x**" en alguna de las dos ecuaciones originales, cualquiera, la que te parezca más simple o fácil.

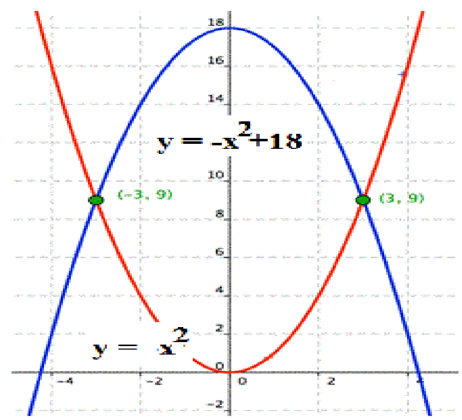
Por simpleza, elijo la ecuación **$y = x^2$**

Valúo en $x = -3$ $\quad y = (-3)^2$
$y = 9$

Primer Punto de Corte (-3,9)

Valúo en $x = 3$ $\quad y = (3)^2$
$y = 9$

Segundo Punto de Corte (3,9)



Solución del sistema, representada por (-3,9) y (3,9) - (Sistema compatible determinado)

Recordar que, las Raíces, la Ordenada y el Vértice SON PUNTOS Especiales de la Parábola, y muy útiles para graficar

2) **Solucionar y graficar el sistema de ecuaciones** $y = x^2$; $y = -x^2 + 2$

Ver Gráfico

Ecuación ==> $y = x^2$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
0	0	No Tiene	Min.(0,0)

Ecuación ==> $y = -x^2 + 2$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
2	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	Max.(0,2)

Solución del sistema, representada por (-1,1) y (1,1) - (Sistema compatible determinado)

3) **Solucionar y graficar el sistema de ecuaciones** $y = x^2 - 4x + 1$; $y = -x^2 + 6x - 7$

Ver Gráfico

Ecuación ==> $y = x^2 - 4x + 1$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
1	$2-\sqrt{3}$	$2+\sqrt{3}$	Min.(2,-3)

Ecuación ==> $y = -x^2 + 6x - 7$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
-7	$3-\sqrt{2}$	$3+\sqrt{2}$	Max.(3,2)

Solución del sistema, representada por (1,-2) y (4,1) - (Sistema compatible determinado)

Recuerda que se evalúa el procedimiento usado para resolver y que, una tabla de valores siempre podrá ayudarte a Graficar.

4) **Solucionar y graficar el sistema de ecuaciones** $y = 2x^2 - 4x$; $y = 5x^2 - 10x$

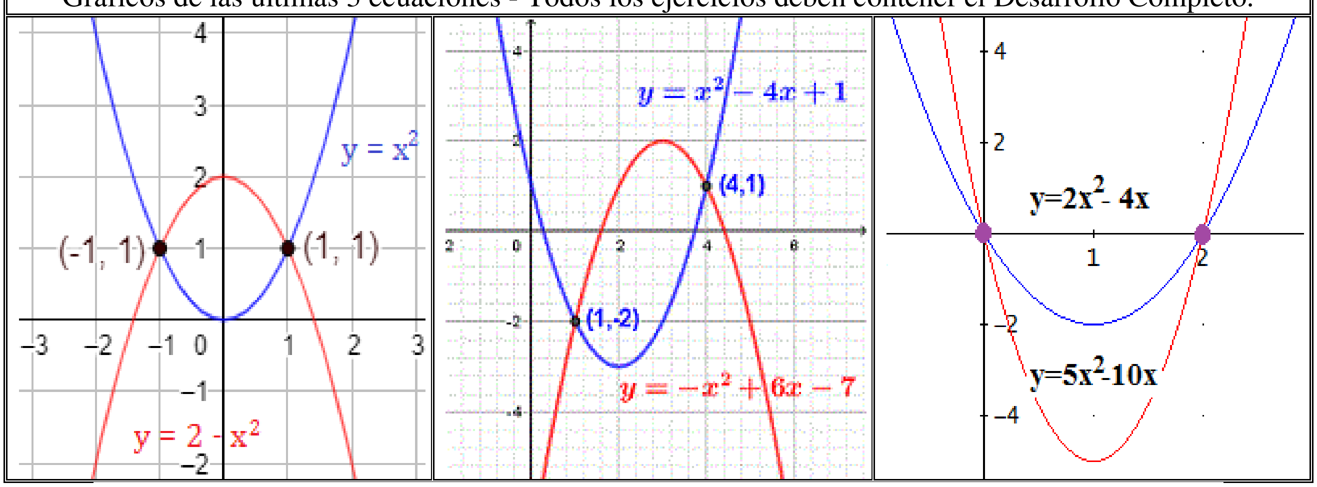
Ver Gráfico

Ecuación ==> $y = 2x^2 - 4x$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
0	0	2	Min.(1,-2)

Ecuación ==> $y = 5x^2 - 10x$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
0	0	2	Min.(1,-5)

Solución del sistema, representada por (0,0) y (2,0) - (Sistema compatible determinado)

Gráficos de las últimas 3 ecuaciones - Todos los ejercicios deben contener el Desarrollo Completo.



5) **Solucionar y graficar el sistema de ecuaciones** $y = 2(x-2)^2 + 1$; $y = -2(x-2)^2 + 1$

Paso 01: Para poder Graficar estos problemas, primero debes llegar a al formato de las expresión general **$y = ax^2 + bx + c$** y proceder a calcular la ordenada, raíces y vértice de cada parábola por separado.
Como esto ya lo has hechos en muchos ejercicios anteriormente, te dejo los resultados para que puedas realizar tu autocorrección.

Ver Gráfico

Ecuación ==> $y= 2(x-2)^2 +1$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
9	**No Tiene**	**No Tiene**	**Min.(2,1)**

Ecuación ==> $y= -2(x-2)^2 +1$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
-7	$\frac{4-\sqrt{2}}{2}$	$\frac{4+\sqrt{2}}{2}$	**Max.(2,1)**

Habiendo graficado ambas parábolas en el mismo sistema de ejes cartesianos, ya puedes ver que realmente se cortan, pero ahora hay que encontrar y calcular el lugar exacto en que lo hacen.

<u>Paso 02:</u> Ahora resolvemos el sistema de dos ecuaciones tal como lo veníamos haciendo.

Sistema de Ecuaciones	$y= 2x^2 -8x +9$ $y= -2x^2 +8x -7$
Igualamos	$y = y$ $2x^2-8x+9 = -2x^2+8x-7$
Pasamos términos a la derecha	$2x^2+2x^2-8x-8x+9+7=0$
Resolvemos	$4x^2-16x+16 = 0$

a = 4
b = -16
c = 16

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Sustituyo

$$x=\frac{-(-16)\pm\sqrt{(-16)^2-4_x4_x16}}{2_x(4)}$$

Resuelvo y encuentro dos valores **R= 2**

Lo que encontramos, es la coordenada "**x**" del único punto de corte entre las parábolas. Ahora hay que encontrar la coordenada "**y**" de este punto de corte.

<u>Paso 3:</u> Calcularemos la coordenada "**y**", de cada una de las coordenadas "**x**" que encontramos en el "**paso 2**". Esta parte es muy simple, ya que solo hay que valuar (reemplazar) los valores de las "**x**" en alguna de las dos ecuaciones originales, cualquiera, la que te parezca más simple o fácil.

Por simpleza, elijo la ecuación **$y = 2x^2 -8x +9$**

Valúo en x = 2

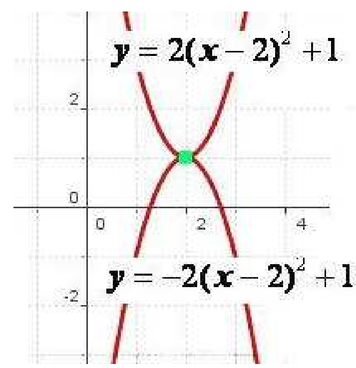
$y = 2(2)^2 -8(2)+9$

$y = 2_x4 -8_x2 +9$

$y = 8 -16 + 9$

$y = 1$

Punto de Corte (2,1)



Solución del sistema, representada por el Punto (2,1) - (Sistema compatible determinado)

6) **Solucionar y graficar el sistema de ecuaciones** $y = 2x^2 +5x$, $y = -2x^2 +5x$

Ver Gráfico

Ecuación ==> $y = 2x^2 +5x$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
0	$-\frac{5}{2}$	**0**	$\left(-\frac{5}{4},-\frac{25}{8}\right)$

Ecuación ==> $y = -2x^2 +5x$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
0	**0**	$\frac{5}{2}$	$\left(\frac{5}{4},\frac{25}{8}\right)$

Solución del sistema, representada por el punto (0,0) - (Sistema compatible determinado)

Recuerda que se evalúa el procedimiento usado para resolver y que, una tabla de valores siempre podrá ayudarte a Graficar.

7) Verificar si el punto (-2,4) y (1,1) Pertenecen a la Parábola "**$y=x^2-4x+4$**". Graficar la parábola, los puntos y el eje de simetría. **(Ver gráfico un poco mas abajo).**

(-2,4) No Pertenece
(1,1) Si Pertenece

Recuerda que para Marcar el Eje de simetría, debes encontrar el Vértice

Todos los ejercicios deben contener el Desarrollo Completo.

8) **Solucionar y graficar el sistema de ecuaciones** $y = x^2 - 4x + 4$; $y = x^2$

Ver Gráfico

Ecuación ==> $x^2 - 4x + 4$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
4	2	No tiene	(2,0)

Ecuación ==> $y = x^2$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
0	0	No tiene	(0,0)

Solución del sistema, representada por el punto (1,1) - (Sistema compatible determinado)

9) **Solucionar y graficar el sistema de ecuaciones** $y = 2(x-2)^2 - 2$; $y = \frac{2}{9}(x-6)^2 - 2$

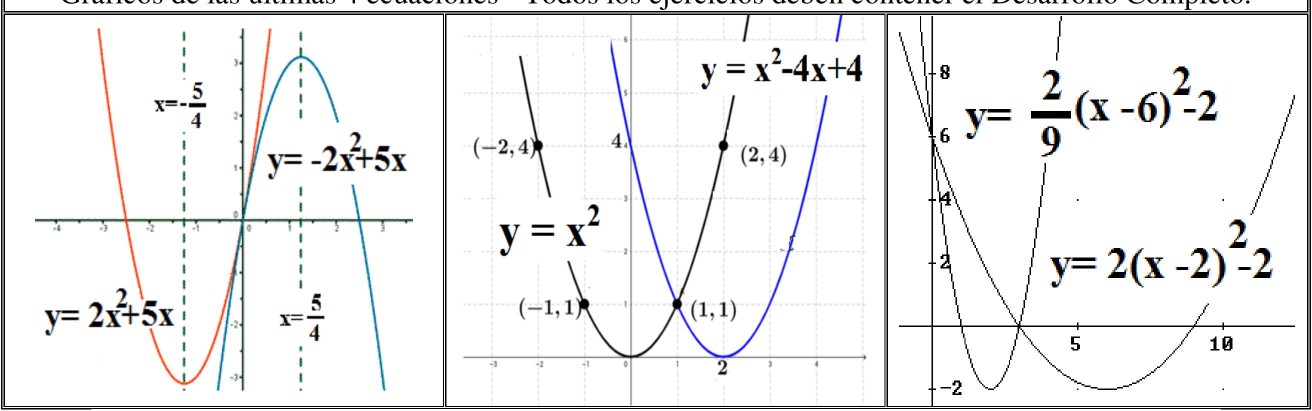
Ver Gráfico

Ecuación ==> $y = 2(x-2)^2 - 2$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
6	1	3	(2,-2)

Ecuación ==> $y = \frac{2}{9}(x-6)^2 - 2$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
6	3	9	(6,-2)

Solución del sistema, representada por (0,6) y (3,0) - (Sistema compatible determinado)

Gráficos de las últimas 4 ecuaciones - Todos los ejercicios deben contener el Desarrollo Completo.



10) Verificar si los puntos $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ y $\left(\frac{1}{3}, \frac{7}{9}\right)$ Pertenecen a Parábola "$y = 4x^2 - 2x + 1$" Graficar parábola y puntos.

Si pertenecen

11) **Solucionar y graficar el sistema de ecuaciones** $y = 2x^2 + 3$; $y = -2x^2 + 3$

Ver Gráfico

Ecuación ==> $y = 2x^2 + 3$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
0	No Tiene	No Tiene	(0,3)

Ecuación ==> $y = -2x^2 + 3$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
3	$-\frac{\sqrt{6}}{2}$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	(0,3)

Solución del sistema, representada por punto (0,3) - (Sistema compatible determinado)

Recuerda que se evalúa el procedimiento usado para resolver y que, una tabla de valores siempre podrá ayudarte a Graficar.

12) **Solucionar y graficar el sistema de ecuaciones** $\quad y = x^2 - 4x + 5$; $y = x^2 - x - 1$

Ver Gráfico

Ecuación ==> $y = x^2 - 4x + 5$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
5	**No Tiene**	**No Tiene**	**(2,1)**

Ecuación ==> $y = x^2 - x - 1$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
-1	$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{4}\right)$

Solución del sistema, representada por el punto (2,1) - (Sistema compatible determinado)

13) Verificar si el punto (0,6) Pertenece a la Parábola " **$y = x^2 - 4x + 5$**". Graficar la parábola y los puntos. **(Ver gráfico un poco mas abajo).**

No Pertenece

14) **Solucionar y graficar el sistema de ecuaciones** $\quad y = x^2 - 1$; $y = -2x^2 + 2$

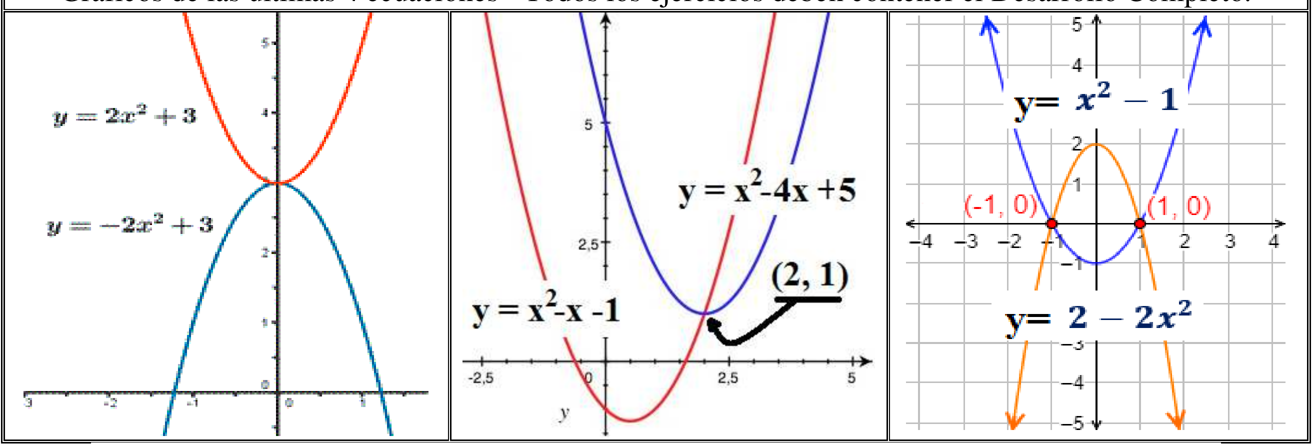
Ver Gráfico

Ecuación ==> $y = x^2 - 1$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
-1	**-1**	**1**	**(0,-1)**

Ecuación ==> $y = -2x^2 + 2$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
2	**-1**	**1**	**(0,2)**

Solución del sistema, representada por (-1,0) y (1,0) - (Sistema compatible determinado)

Gráficos de las últimas 4 ecuaciones - Todos los ejercicios deben contener el Desarrollo Completo.



15) **Solucionar y graficar el sistema de ecuaciones** $\quad y = -x^2 + 2x + 2$; $y = -2x^2 + 2x - 1$

Paso 01: Para poder Graficar estos problemas, primero calculemos la ordenada, raíces y vértice de cada parábola por separado.
Como esto ya lo has hechos en muchos ejercicios anteriormente, te dejo los resultados para que puedas realizar tu autocorrección.

Ver Gráfico

Ecuación ==> $y = -x^2 + 2x + 2$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
2	$1-\sqrt{3}$	$1+\sqrt{3}$	**(1,3)**

Ecuación ==> $y = -2x^2 + 2x - 1$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
-1	**No Tiene**	**No Tiene**	$\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

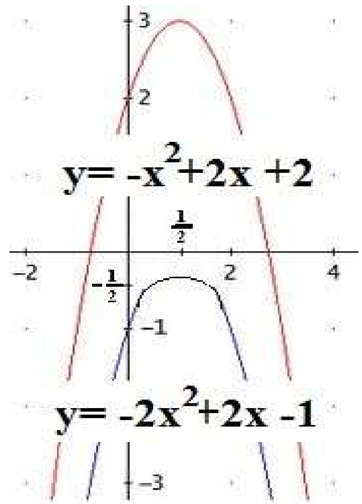
Habiendo graficado ambas parábolas en el mismo sistema de ejes cartesianos, ya puedes ver que **no se cortan**, pero ahora hay que verificarlo matemáticamente.

Paso 02: Ahora resolvemos el sistema de dos ecuaciones tal como lo veníamos haciendo.

Sistema de Ecuaciones	$y = -x^2 + 2x + 2$ $y = -2x^2 + 2x - 1$
Igualamos	$y = y$ $-x^2+2x+2 = -2x^2+2x-1$
Pasamos todos los elementos a un lado de la ecuación.	$-x^2+2x^2+2x-2x+2+1 = 0$
Resolvemos	$x^2 + 3 = 0$
$a = 1$ $b = 0$ $c = 3$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Sustituyo	$x = \frac{-(0) \pm \sqrt{(0)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1}$

Resuelvo y encuentro que **NO TIENE SOLUCIÓN**

Como no tiene solución, acá termina el ejercicio



El sistema NO tiene Solución - (Sistema incompatible)

16) **Solucionar y graficar el sistema de ecuaciones:** $y = x^2 - 3x + 4$
Recuerda Marcar el Eje de Cimetría. $y = -x^2 + 3x - 4$

Ver Gráfico

Ecuación ==> $y = x^2 - 3x + 4$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
4	No Tiene	No Tiene	$\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right)$

Ecuación ==> $y = -x^2 + 3x - 4$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
-4	No Tiene	No Tiene	$\left(\frac{3}{2}, -\frac{7}{4}\right)$

El sistema NO tiene Solución - (Sistema incompatible)

Recuerda que se evalúa el procedimiento usado para resolver y que, una tabla de valores siempre podrá ayudarte a Graficar.

17) **Solucionar y graficar el sistema de ecuaciones** $y = 2x^2 + 4x + 2$
$y = 2x^2 + x + 1$

Ver Gráfico

Ecuación ==> $y = 2x^2+4x+2$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
2	-1	No Tiene	(-1,0)

Ecuación ==> $y = 2x^2+x+1$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
1	No Tiene	No Tiene	$\left(-\frac{1}{4}, \frac{7}{8}\right)$

Solución del sistema, representada por $\left(-\frac{1}{3}, \frac{8}{9}\right)$ **(Sistema compatible determinado)**

18) **Solucionar y graficar el sistema de ecuaciones** $y = x^2 + 4$
$y = -2x^2 - 6$

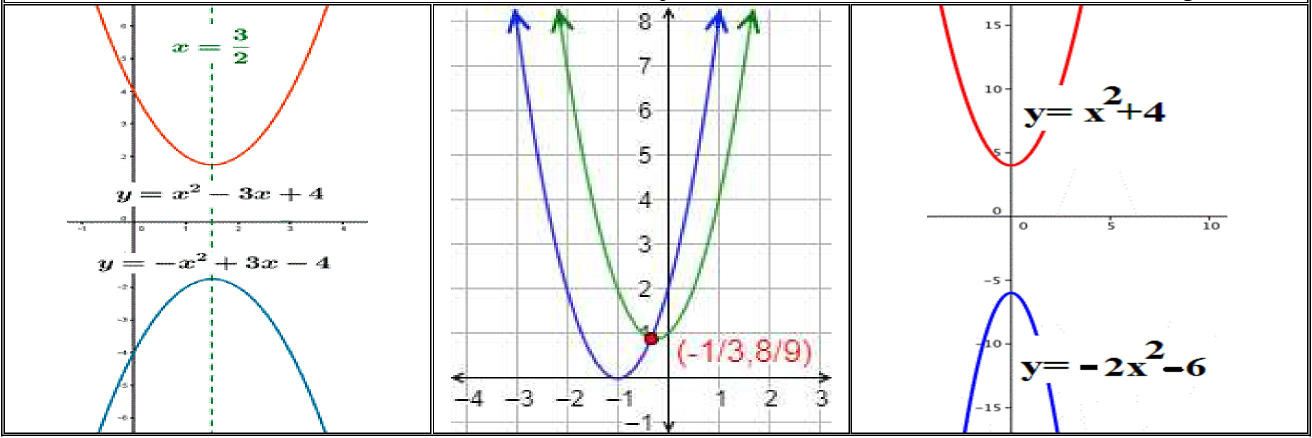
Ver Gráfico

Ecuación ==> $y = x^2 + 4$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
0	No Tiene	No Tiene	(0,4)

Ecuación ==> $y = -2x^2 - 6$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
0	No Tiene	No Tiene	(0,-6)

El sistema NO tiene Solución - (Sistema incompatible)

Gráficos de las últimas 4 ecuaciones - Todos los ejercicios deben contener el Desarrollo Completo.



Sistema de Ecuaciones
Parábola que Pasa por 3 Puntos

Son 3 puntos el mínimo necesario para definir una parábola única y diferente del resto de las parábolas. Veremos en esta parte, como se encuentra la expresión general es $f(x)=ax^2+bx+c$, siendo a, b y c números reales y **a≠0** (a distinto de cero).

Disponemos varias formas para encontrar la ecuación de una parábola que pasa por tres puntos dados. Acá usaremos un sistema de 3 ecuaciones con tres incógnitas, que resolveremos por los métodos de igualación y sustitución.

Comencemos viendo el procedimiento completo en un ejercicio

19) **Encontrar la ecuación de la Parábola que pasa por los puntos A(-4,3), B(-2,-1) y C(0,3). Graficar los Puntos y la Parábola.**

<u>Paso 01:</u> en estos problemas, para encontrar la ecuación de la parábola y graficar, partiremos de la expresión general $\mathbf{y = ax^2 + bx + c}$, en donde reemplazaremos los valores de cada uno de los tres puntos dados. Obteniendo así, tres ecuaciones, con tres incógnitas (a,b,c).

Usamos el Punto A(-4,3)

$y = ax^2+bx+c \qquad 3 = a(-4)^2+b(-4)+c$

$\boxed{3 = 16a - 4b + c}$ Primera Ecuación

Usamos el Punto B(-2,-1)

$y = ax^2+bx+c \qquad -1 = a(-2)^2+b(-2)+c$

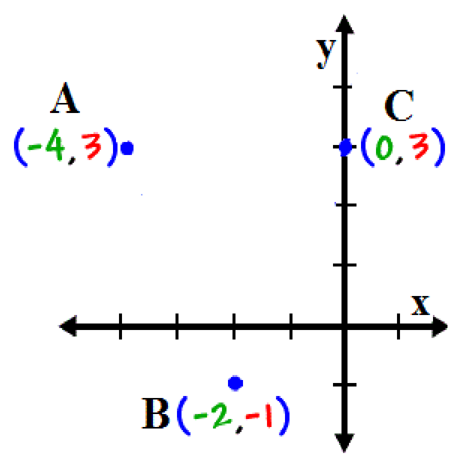
$\boxed{-1 = 4a - 2b + c}$ Segunda Ecuación

Usamos el Punto C(0,3)

$y = ax^2+bx+c \qquad 3 = a(0)^2+b(0)+c$

$3 = 0a + 0b + c$

$\boxed{3 = c}$ Tercera Ecuación



En este momento tenemos el sistema de ecuaciones planteado

1	$3 = 16a - 4b + c$
2	$-1 = 4a - 2b + c$
3	$3 = c$

Ya encontramos un valor, porque directamente vemos que **c = 3.**

Paso 02:

El sistema de dos ecuaciones queda:

Reemplazo el valor de c en ecuación 1 (uno) y resuelvo =====================>

$$3 = 16a - 4b + 3$$
$$3 - 3 = 16a - 4b$$
$$\boxed{0 = 16a - 4b}$$

Reemplazo el valor de c en ecuación 2 (dos) y resuelvo =====================>

$$-1 = 4a - 2b + 3$$
$$-1 - 3 = 4a - 2b$$
$$\boxed{-4 = 4a - 2b}$$

Presta mucha atención.

Hemos reducido el sistema a dos ecuaciones con dos incógnitas.

1	**16a -4b = 0**
2	**4a -2b = -4**

Desde este punto, continuamos resolviendo igual que cualquier otro sistema de ecuaciones, en este caso usaremos el método de igualación, para lo que despejaremos la variable "**b**" de ambas ecuaciones.

Paso 03:

Despejamos "**b**" de ambas ecuaciones

1	**16a -4b = 0 ====> b = 4a**
2	**4a -2b = -4 ====> b = 2a + 2**

Igualamos

$$b = b$$
$$4a = 2a + 2$$

Agrupamos variables de un lado y numero del otro

$$4a - 2a = 2$$

Resolvemos

$$2a = 2$$
$$a = 1$$

Encontramos el segundo valor, **a = 1.**

Paso 04:

Para encontrar el valor de b (el único que nos falta) Reemplazamos el valor que encontramos de a, en cualquiera de las dos ecuaciones que despejamos en el paso 3 y resolvemos.

b = 4a ==> b = 4 x 1 ==> **b = 4**

Y ya hemos encontramos el tercer valor, **b = 4.**

Paso 05:

Recordemos el formato de la de la expresión general de la ecuación de una parábola $y = ax^2 + bx + c$.
Ahora que calculamos los coeficientes **a = 1, b = 4 y c = 3** podremos completarla.

Entonces:

La ecuación de la parábola que pasa por los puntos
A(-4,3), B(-2,-1) y C(0,3) es ==> $y = x^2+4x+3$

Paso 06:

Una vez calculada la Ecuación, solo falta verificar que todo este bien hecho, y esta verificación es muy simple. Consiste en controlar que los tres puntos dados originalmente, **A(-4,3), B(-2,-1) y C(0,3),**

pertenezcan a la parábola con ecuación $y = x^2+4x+3$.

Por demás esta decir que, si alguno de los puntos **dados originalmente no perteneciera**, entonces habrá que repasar todo, ya que algo está mal.

La verificación, como siempre, la podremos hacer valuando cada punto en la ecuación de la parábola y verificando si se cumple. **Comencemos** (y de paso repasamos como se hace la verificación)**:**

Ecuación de la Parábola	$y = x^2+4x+3$	(Esta es la que calculamos)
Comprobamos punto **A(-4,3)**	$3 = (-4)^2 + 4(-4) +3$ $3 = 16 -13 + 3$ $\mathbf{3 = 3}$	**Verificamos la Igualdad. El Punto (-4,3) SI Pertenece.**
Comprobamos punto **B(-2,-1)**	$-1 = (-2)^2 +4(-2) +3$ $-1 = 4 -8 +3$ $\mathbf{-1 = -1}$	**Verificamos la Igualdad. El Punto (-2,-1) SI Pertenece.**
Comprobamos punto **C(0,3)**	$3 = (0)2 +4(0) +3$ $3 = 0 + 0 + 3$ $\mathbf{3 = 3}$	**Verificamos la Igualdad. El Punto (0,3) SI Pertenece.**
Solo por gusto, verificaremos un punto, que estoy seguro que **NO pertenece** a la parábola, y NO usamos en los cálculos. **Comprobamos punto (1,1)**	$\mathbf{1 = (1)^2 +4(1) +3}$ $\mathbf{1 = 1 + 4 + 3}$ $\mathbf{1 \neq 8}$	**NO Verifica la Igualdad El Punto (1,1) NO pertenece.**

Habiendo Verificado que los 3(tres) puntos dados, **SI PERTENECEN** a la ecuación, ya podemos asegurar que el proceso esta bien realizado, y **la ecuación es la correcta.**

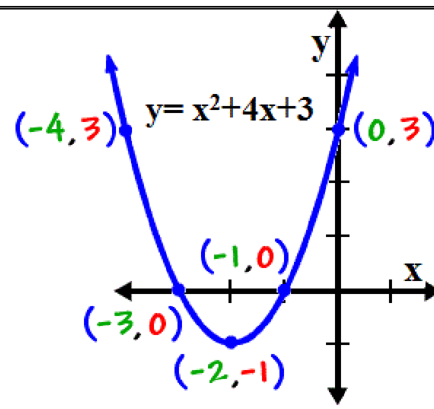
Ya podemos continuar con el último paso, que corresponde a la gráfica de la parábola.

Paso 07:

Habiendo completado los pasos necesarios para encontrar y verificar la ecuación correspondiente, nos queda graficar.

Este paso quedara enteramente para el alumno, solo dejaré los resultados para la autocorrección.

Ecuación: $y = x^2+4x+3$			
Ordenada	**Raíz I**	**Raíz II**	**Vértice**
3	**-3**	**-1**	**(-2,-1)**



Recordar que, las Raíces, la Ordenada y el Vértice SON PUNTOS Especiales de la Parábola, y muy útiles para graficar

20) **Encontrar la ecuación de la Parábola que pasa por los puntos A(-2,8), B(0,0) y C(1,2). Graficar los Puntos y la Parábola.** | **$y = 2x^2$**

Ver Grafica	Ord: 0	R_1: 0	R_2: No Tiene	V: (0,0)

21) **Verificar si los puntos (2,8) y (1,6) pertenecen a la parábola $y=2x^2$. Graficar Punto y la Parábola.**

(2,8) Si Pertenece
(1,6) No Pertenece

Ver Grafica	**Ord: 0**	**R_1: 0**	**R_2: No Tiene**	**V: (0,0)**

22) **Encontrar la ecuación de la Parábola que pasa por los puntos A(-3,10), B(0,1) y C(2,5). Graficar los Puntos y la Parábola.**

$y = x^2+1$

Ver Grafica	**Ord: 1**	**R_1: No Tiene**	**R_2: No Tiene**	**V: (0,1)**

23) **Verificar si los puntos (-1,6) y (-2,5) pertenecen a la parábola $y=x^2+1$. Graficar Punto y la Parábola.**

(-1,6) No Pertenece
(-2,5) Si Pertenece

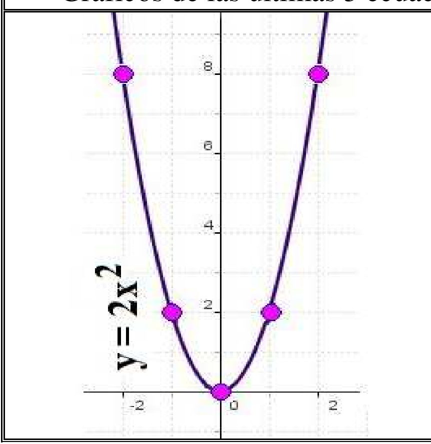
Ver Grafica	**Ord: 1**	**R_1: No Tiene**	**R_2: No Tiene**	**V: (0,1)**

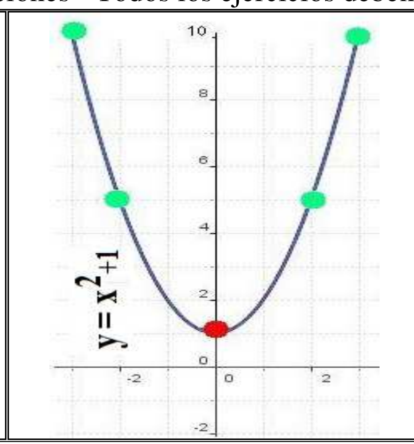
24) **Encontrar la ecuación de la Parábola que pasa por los puntos A(0,3), B(1,0) y C(3,0). Graficar los Puntos y la Parábola.**

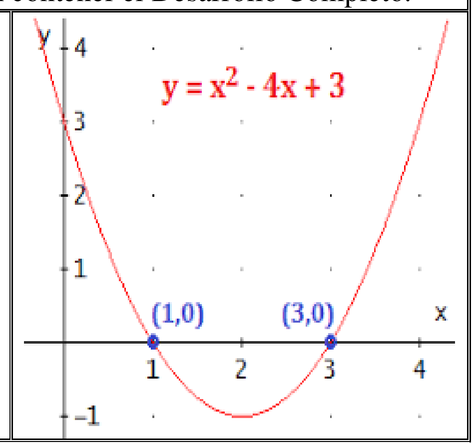
$y = x^2-4x+3$

Ver Grafica	**Ord: 3**	**R_1: 1**	**R_2: 3**	**V: (0,-2)**

Gráficos de las últimas 5 ecuaciones - Todos los ejercicios deben contener el Desarrollo Completo.







25) **Encontrar la ecuación de la Parábola que pasa por los puntos A(-2,3), B(-1,4) y C(2,-5). Graficar los Puntos y la Parábola..**

<u>Paso 01:</u> Para poder Graficar estos problemas, partiremos de la expresión general $y = ax^2 + bx + c$, en donde reemplazaremos los valores de cada uno de los tres puntos dados. Obteniendo así, tres ecuaciones, con tres incógnitas (a,b,c).

Usamos el Punto A(-2,3)

$y= ax^2+bx+c \qquad 3 = a(-2)^2 +b(-2) +c$

$\boxed{3= 4a -2b +c}$ Primera Ecuación

Usamos el Punto B(-1,4)

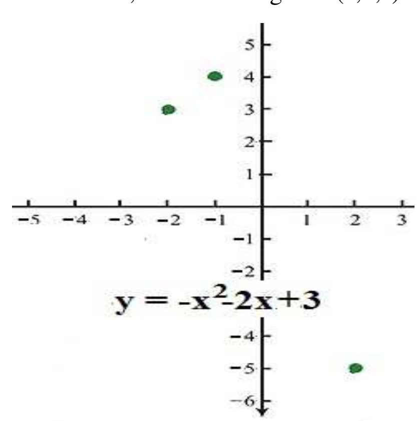
$y= ax^2+bx+c \qquad 4 = a(-1)^2 +b(-1) +c$

$\boxed{4 = a -b +c}$ Segunda Ecuación

Usamos el Punto C(2,-5)

$y= ax^2+bx+c \qquad -5 = a(2)^2 +b(2) + c$

$\boxed{-5 = 4a +2b +c}$ Tercera Ecuación



En este momento tenemos el sistema de ecuaciones planteado	1	$4a - 2b + c = 3$
	2	$a - b + c = 4$
	3	$4a + 2b + c = -5$

Paso 02: En este segundo paso, hay que despejar la variable que nos resulte más fácil, de la ecuación que nos resulte más simple. Y luego reemplazaremos el valor despejado de esta variable en las otras dos ecuaciones.

Elijo la ecuación 2(dos), que me parece la más simple de todas. Y despejo la variable "**c**"

$$a - b + c = 4$$
$$\boxed{c = 4 - a + b}$$

Reemplazo el valor despejado de "c" en las otras dos ecuaciones. =============>

En ecuación 1 (uno) y resuelvo ========>

$$4a - 2b + c = 3$$
$$4a - 2b + (4 - a + b) = 3$$
$$4a - a - 2b + b = 3 - 4$$
$$\boxed{3a - b = -1}$$

En ecuación 3 (tres) y resuelvo =======>

$$4a + 2b + c = -5$$
$$4a + 2b + (4 - a + b) = -5$$
$$4a - a + 2b + b = -5 - 4$$
$$\boxed{3a + 3b = -9}$$

Presta mucha atención.

Hemos reducido el sistema a dos ecuaciones con dos incógnitas.

1	$3a - b = -1$
3	$3a + 3b = -9$

Desde este punto, continuamos resolviendo igual que cualquier otro sistema de ecuaciones, en este caso usaremos el método de igualación, para lo que despejaremos la variable "**b**" de ambas ecuaciones.

Paso 03:

Despejamos "**b**" de ambas ecuaciones

1	$3a - b = -1 \Longrightarrow 3a + 1 = b \Longrightarrow b = 3a + 1$
3	$3a + 3b = -9 \Longrightarrow b = -a - 3$

$$b = b$$

Igualamos

$$3a + 1 = -a - 3$$

Agrupamos variables de un lado y numero del otro

$$3a + a = -3 - 1$$

Resolvemos

$$4a = -4$$
$$\boxed{a = -1}$$

Encontramos el valor de $\mathbf{a = -1}$.

Paso 04: Para encontrar el valor de b. Reemplazamos el valor que encontramos de a, en cualquiera de las dos ecuaciones que despejamos en el paso 3 y resolvemos.

$b = 3a + 1 \Longrightarrow b = 3 \times (-1) + 1 \Longrightarrow \mathbf{b = -3 + 1} \Longrightarrow \mathbf{b = -2}$

Encontramos el Segundo valor, $\mathbf{b = -2}$.

Paso 05: En este lugar, solamente nos falta encontrar el Valor numérico de la variable "**c**", y para esto utilizaremos la ecuación de donde habíamos despejado la variable "**c**" en el Paso 2 (dos)

|Ecuación despejada en el Paso 2

$$c = 4 - a + b$$

Reemplazamos los valores de "a" y "b" que encontramos en los Pasos 3 y 4

$$c = 4 - (-1) + (-2)$$
$$c = 4 + 1 - 2$$

Resolvemos

$$\boxed{c = 3}$$

Y ya hemos encontramos el tercer valor, $\mathbf{c = 3}$.

Paso 06:

Recordemos el formato de la de la expresión general de la ecuación de una parábola $y = ax^2 + bx + c$.
Ahora que calculamos los coeficientes **a = -1 , b = -2 y c = 3** podremos completarla.

Entonces:

La ecuación de la parábola que pasa por los puntos
A(-2,3), B(-1,4) y C(2,-5) es ==> $\mathbf{y = -x^2 -2x +3}$

Paso 07:

Una vez calculada la Ecuación, solo falta verificar que todo este bien hecho, y esta verificación es muy simple. Consiste en controlar que los tres puntos dados originalmente, **A(-2,3), B(-1,4) y C(2,-5), pertenezcan a la parábola con ecuación** $\mathbf{y = -x^2 -2x +3}$

Por demás esta decir que, si alguno de los puntos **dados originalmente no perteneciera**, entonces habrá que repasar todo, ya que algo está mal.

La verificación, como siempre, la podremos hacer valuando cada punto en la ecuación de la parábola y verificando si se cumple. **Comencemos** (y de paso repasamos como se hace la verificación)**:**

Ecuación de la Parábola	$\mathbf{y = -x^2 -2x +3}$	(Esta es la que encontramos)
Comprobamos punto **A(-2,3)**	$3 = -(-2)^2 -2(-2) +3$ $3 = -4 +4 +3$ $\mathbf{3 = 3}$	**Verificamos la Igualdad.** **El Punto (-2,3) SI Pertenece.**
Comprobamos punto **B(-1,4)**	$4 = -(-1)^2 -2(-1) +3$ $4 = -1 +2 +3$ $\mathbf{4 = 4}$	**Verificamos la Igualdad.** **El Punto (-1,4) SI Pertenece.**
Comprobamos punto **C(2,-5)**	$-5 = -(2)^2 -2(2) +3$ $-5 = -4 -4 +3$ $\mathbf{-5 = -5}$	**Verificamos la Igualdad.** **El Punto (2,5) SI Pertenece.**
<u>Solo por gusto</u>, verificaremos un punto, que estoy seguro que NO pertenece a la parábola, y NO usamos en los cálculos. **Comprobamos punto (2,2)**	$\mathbf{2 = -(2)^2 -2(2) + 3}$ $\mathbf{2= -4 -4 +3}$ $\mathbf{2 \neq 5}$	**NO Verifica la Igualdad** **El Punto (2,2) NO pertenece.**

Habiendo Verificado que los 3(tres) puntos dados **SI PERTENECEN** a la ecuación, ya podemos asegurar que el proceso esta bien realizado, y **la ecuación es la correcta.**

Ya podemos continuar con el último paso, que corresponde a la gráfica de la parábola.

Recordar que, las Raíces, la Ordenada y el Vértice SON PUNTOS Especiales de la Parábola, y muy útiles para graficar

En todos los ejercicios, debes incluir cada etapa del desarrollo usada, para alcanzar el resultado requerido.

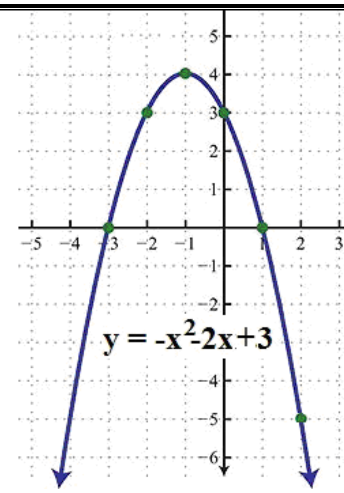
Paso 08:

Habiendo completado los pasos necesarios para encontrar y verificar la ecuación correspondiente, nos queda graficar.

Este paso quedará enteramente para el alumno, solo dejaré los resultados para la autocorrección.

IMPORTANTE: Recuerda que verificaste que los puntos dados pertenecen a la grafica o ecuación encontrada.

Ecuación: $y = -x^2 - 2x + 3$			
Ordenada	**Raíz I**	**Raíz II**	**Vértice**
3	**-3**	**1**	**(-1,4)**



Y ahora, una vez finalizado el ejercicio, puedes apreciar, además de los pontos dados, las raíces, ordenada al origen, y has podido identificar el vértice, que originalmente no podías saberlo.

26) **Encontrar la ecuación de la Parábola que pasa por los puntos A(-3,7), B(-2,2) y C(2,2). Graficar los Puntos y la Parábola.** **$y = x^2 - 2$**

Ver Grafica	**Ord:** -2	**R_1:** $-\sqrt{2}$	**R_2:** $\sqrt{2}$	**V:** (0,-2)

27) **Verificar si los puntos (-1,6) y (3,7) pertenecen a la parábola $y=x^2-2$. Graficar Punto y la Parábola.** **(-1,6) No Pertenece (3,7) Si Pertenece**

Ver Grafica	**Ord:** -2	**R_1:** $-\sqrt{2}$	**R_2:** $\sqrt{2}$	**V:** (0,-2)

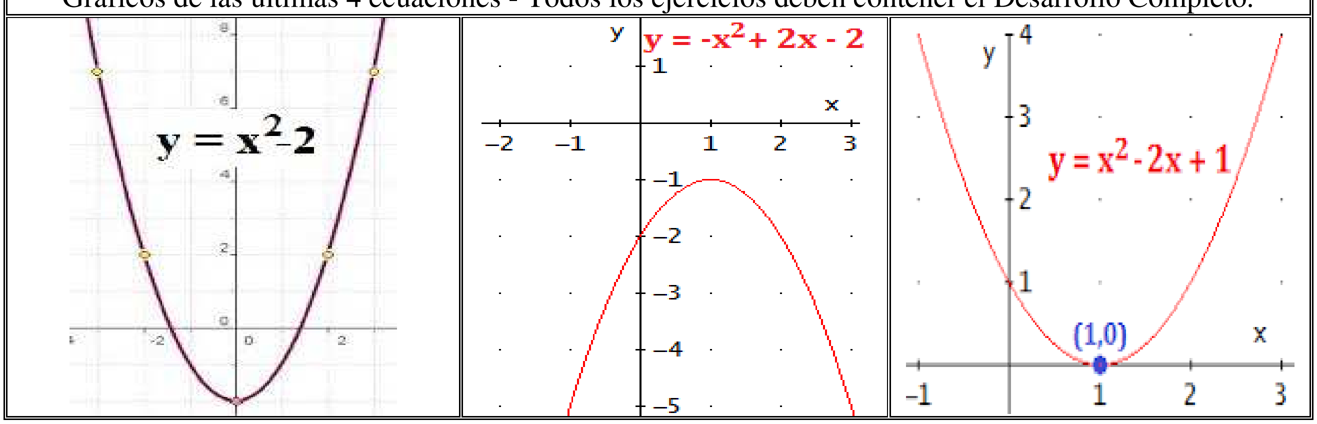
28) **Encontrar la ecuación de la Parábola que pasa por los puntos A(-1,-5), B(2,-2) y C(3,-5). Graficar los Puntos y la Parábola.** **$y = -x^2 + 2x - 2$**

Ver Grafica	**Ord:** -2	**R_1:** No Tiene	**R_2:** No tiene	**V:** (1,-1)

29) **Encontrar la ecuación de la Parábola que pasa por los puntos A(2,1), B(-1,4) y C(3,4). Graficar los Puntos y la Parábola.** **$y = x^2 - 2x + 1$**

Ver Grafica	**Ord:** 1	**R_1:** 1	**R_2:** No Tiene	**V:** (1,0)

Gráficos de las últimas 4 ecuaciones - Todos los ejercicios deben contener el Desarrollo Completo.



30) **Encontrar la ecuación de la Parábola que pasa por los puntos A(-4,5), B(-3,-1) y C(-1,-1). Graficar los Puntos y la Parábola.**

$y = 2x^2 + 8x + 5$

Ver Grafica	**Ord:** 5	**R_1:** $-\frac{4+\sqrt{6}}{2}$	**R_2:** $\frac{-4+\sqrt{6}}{2}$	**V:** (-2,-3)

Presta mucha atención al signo de las Raíces

31) **Encontrar la ecuación de la Parábola que pasa por los puntos A(1,6), B(3,6) y C(4,3). Graficar los Puntos y la Parábola.**

$y = -x^2 + 4x + 3$

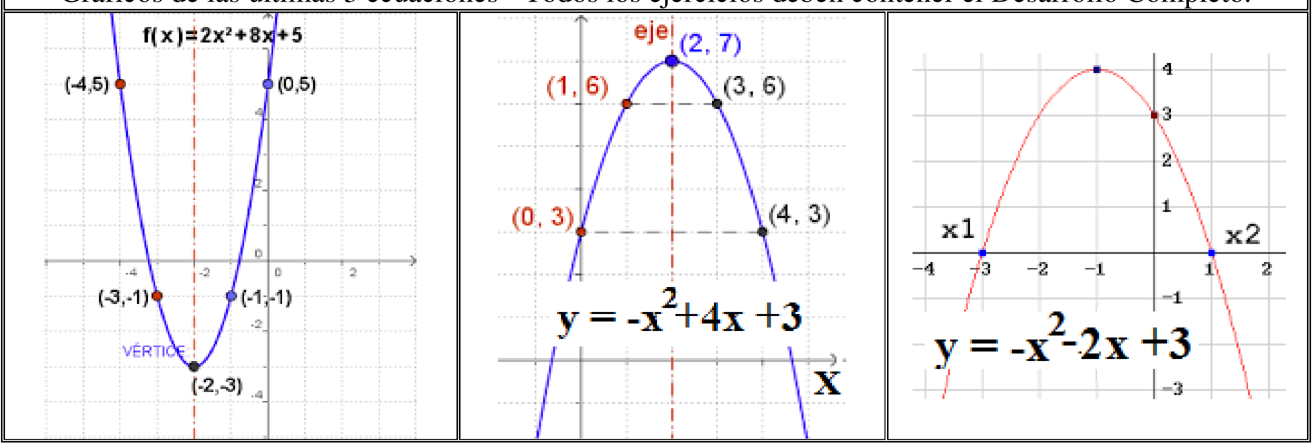
Ver Grafica	**Ord:** 3	**R_1:** $2-\sqrt{7}$	**R_2:** $2+\sqrt{7}$	**V:** (2,7)

32) **Encontrar la ecuación de la Parábola que pasa por los puntos A(-3,0), B(-2,3) y C(-1,4). Graficar los Puntos y la Parábola.**

$y = -x^2 - 2x + 3$

Ver Grafica	**Ord:** 3	**R_1:** -3	**R_2:** 1	**V:** (-1,4)

Gráficos de las últimas 3 ecuaciones - Todos los ejercicios deben contener el Desarrollo Completo.



33) **Encontrar la ecuación de la Parábola que pasa por los puntos A(1,-3), B(-1,-3) y C $\left(\frac{1}{2}, -\frac{9}{2}\right)$. Graficar los Puntos y la Parábola.**

$y = 2x^2 - 5$

Ver Grafica	**Ord:** -5	**R_1:** $-\frac{\sqrt{10}}{2}$	**R_2:** $\frac{\sqrt{10}}{2}$	**V:** Min.(0,-5)

34) **Encontrar la ecuación de la Parábola que pasa por los puntos A(-2,-2), B(1 , 1/2) y C(2,-2). Graficar los Puntos y la Parábola.**

$y = -\frac{1}{2}x^2$

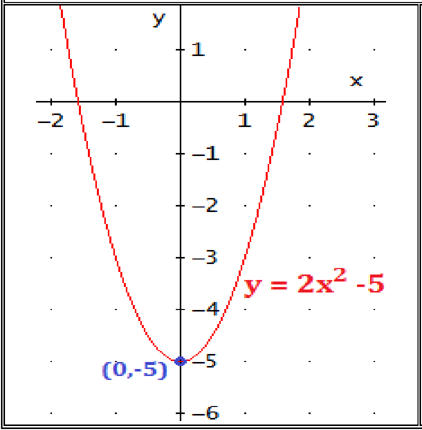
Ver Grafica	**Ord:** 0	**R_1:** 0	**R_2:** No Tiene	**V:** Max.(0,0)

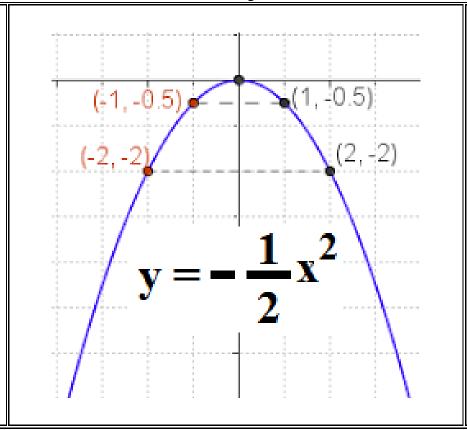
35) **Encontrar la ecuación de la Parábola que pasa por los puntos A(-1,0), B(1,0) y C(-2,3). Graficar los Puntos y la Parábola.**

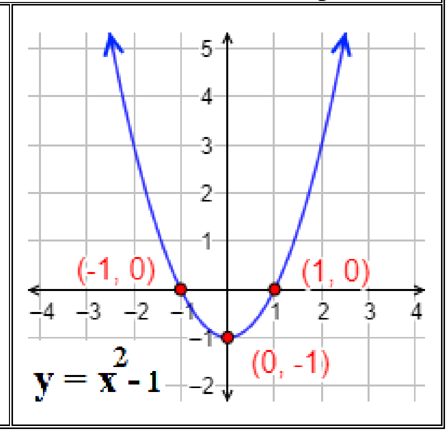
$y = x^2 - 1$

Ver Grafica	**Ord:** -1	**R_1:** -1	**R_2:** 1	**V:** Min.(0,-1)

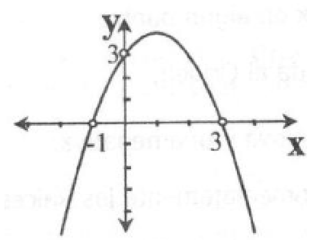
Gráficos de las últimas 3 ecuaciones - Todos los ejercicios deben contener el Desarrollo Completo.







36) Extrae la información de la Grafica y Reconstruye la ecuación Polinómica. Grafica nuevamente completando lo que pudiera faltar.

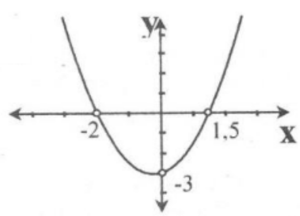


R: $y = -x^2 + 2x + 3$

Estos ejercicios, básicamente son iguales a los que ya sabias los puntos por donde pasa la gráfica del polinomio. Ahora, para extraer las coordenadas del punto, debes recordar que, en la raíz, el valor de "**y**" es siempre igual a cero. Y que el valor de "**x**" en la ordenada siempre es cero. Entonces, los puntos serán:	A = (-1, 0) B = (3 , 0) C = (0 , 3)

Ahora, ya puedes continuar con el mismo procedimiento de antes, es decir: Armas las tres ecuaciones con las tres incógnitas y resuelves por cualquiera de los métodos estudiados.

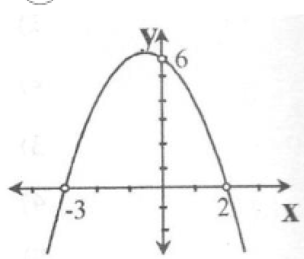
37) Extrae la información de la Grafica y Reconstruye la ecuación Polinómica. Grafica nuevamente completando lo que pudiera faltar.



R: $y = x^2 + \frac{1}{2}x - 3$

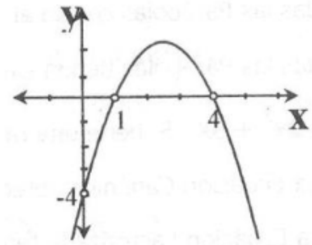
Recuerda, primero organízate.
Transforma los números decimales a fracción y luego escribe las coordenadas de cada uno de los 3 puntos.

38) Extrae la información de la Grafica y Reconstruye la ecuación Polinómica. Grafica nuevamente completando lo que pudiera faltar.



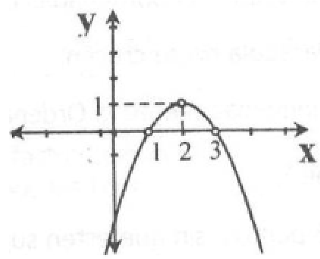
R: $\mathbf{y = -x^2 - x + 6}$

39) Extrae la información de la Grafica y Reconstruye la ecuación Polinómica. Grafica nuevamente completando lo que pudiera faltar.



R: $y = -x^2 +5x -4$

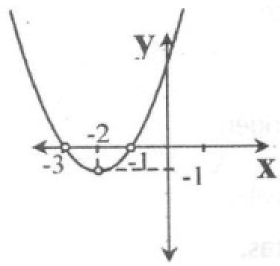
40) Extrae la información de la Grafica y Reconstruye la ecuación Polinómica. Grafica nuevamente completando lo que pudiera faltar.



R: $y = -x^2 +4x -3$

En este caso, puedes formar una de las ecuaciones usando la coordenada del vértice y su formula y las otras dos con el método que estudiamos antes, o directamente armas las tres ecuaciones con el método que estudiamos antes.

41) Extrae la información de la Grafica y Reconstruye la ecuación Polinómica. Grafica nuevamente completando lo que pudiera faltar.

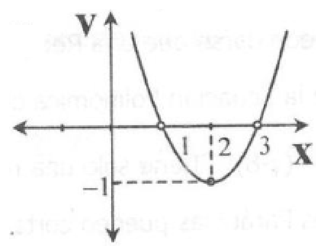


R: $y = x^2 +4x +3$

Recuerda que tienes el vértice y su formula es:

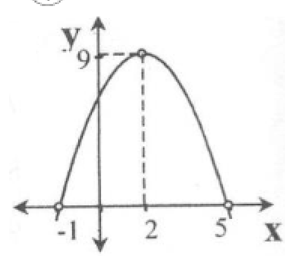
$$Vx = -\frac{b}{2a}$$

42) Extrae la información de la Grafica y Reconstruye la ecuación Polinómica. Grafica nuevamente completando lo que pudiera faltar.



R: $y = x^2 -4x +3$

43) Extrae la información de la Grafica y Reconstruye la ecuación Polinómica. Grafica nuevamente completando lo que pudiera faltar.



R: $y = -x^2 +4x +5$

RECORDEMOS

Si conocemos dos puntos que perezcan a una recta, podemos obtener su pendiente a partir de ellos y, después, con la pendiente y uno de esos puntos, hallar la ordenada al origen.

Usando esta simple fórmula, calculamos la PENDIENTE

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

44) **Encontrar los puntos en común entre la Recta que pasa por $P_1(1,3)$ y $P_2(0,2)$, y la Parábola que pasa por los puntos A(-2,4), B(1,1) y C(0,0). Graficar los Puntos y la Parábola.**

R_1: (2,4)
R_2: (-1,1)

Ver Gráfico	Ecuación ==> $y = x + 2$			Ecuación ==> $y = x^2$			
	Pendiente	Ord.	R_1	Ord.	R_1	R_2	Vértice
	1	2	-2	0	0	No Tiene	Min.(0,0)

45) **Encontrar los puntos de corte entre la Recta que pasa por $P_1(1,-1)$ y $P_2(3,1)$, y la Parábola que pasa por los puntos A(-1,-3), B(0,0) y C(3,-3). Graficar los Puntos y la Parábola.**

R_1: (-1,-3)
R_2: (2, 0)

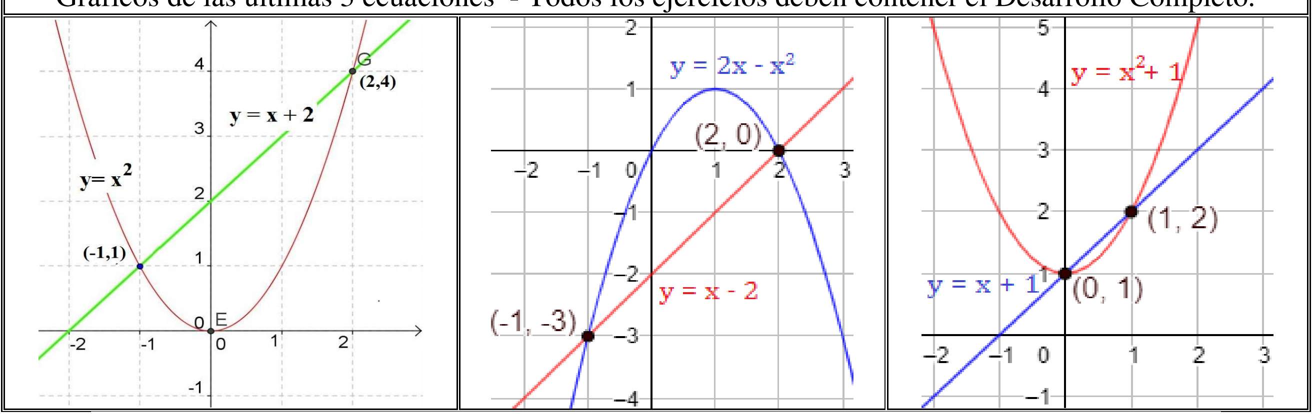
Ver Gráfico	Ecuación ==> $y = x - 2$			Ecuación ==> $y = -x^2 + 2$			
	Pendiente	Ord.	R_1	Ord.	R_1	R_2	Vértice
	-1	-2	2	0	0	1	Max.(0,1)

46) **Encontrar los puntos en común entre las Rectas que pasan por $P_1(3,4)$ y $P_2(2,3)$, y la Parábola que pasa por los puntos A(-2,5), B(2,5) y C(-1,2). Graficar los Puntos y la Parábola.**

R_1: (0,1)
R_2: (1,2)

Ver Gráfico	Ecuación ==> $y = x + 1$			Ecuación ==> $y = x^2 + 1$			
	Pendiente	Ord.	R_1	Ord.	R_1	R_2	Vértice
	1	1	-1	1	No Tiene	No Tiene	Min.(0,1)

Gráficos de las últimas 3 ecuaciones - Todos los ejercicios deben contener el Desarrollo Completo.



47) **Buscar el o los puntos de intersección entre las parábolas A y B. En donde A pasa por los puntos (-3,0) (-1,0) (0,3) y B pasa por los puntos (0,0) (4,0) (2,4). Encontrar Ecuaciones, Graficar los Puntos y las Parábolas.**

Sin Puntos en Común
$y= x^2+4x+3$
$y= -x^2+4x$

Ver Gráfico

Ecuación ==> $y= x^2+4x+3$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
3	**-3**	**-1**	**(-2,-1)**

Ecuación ==> $y= -x^2+4x$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
0	**0**	**4**	**(2,4)**

48) **Encontrar las ecuaciones de dos parábolas, que solo se tocan en el punto (2,1), pero también, la primera parábola pasa por los puntos (1,3) y (3,3) y la segunda parábola pasa por los puntos (1,-1) y (3,-1). Graficar los Puntos y ambas la Parábolas**

$y= 2x^2 -8x +9$
$y= -2x^2 +8x -7$

Ver Gráfico

Ecuación ==> $y= 2x^2 -8x +9$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
9	**No Tiene**	**No Tiene**	**(2,1)**

Ecuación ==> $y= -2x^2 +8x -7$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
-7	$\frac{4-\sqrt{2}}{2}$	$\frac{4+\sqrt{2}}{2}$	**(2,1)**

49) **Encontrar los puntos en común que tienen dos parábolas. La primera pasa por los puntos (-2,4), (2,4) y (-1,1). La segunda pasa por (-4,2), (0,18) y (4,2). Graficar Puntos y Parábolas.**

$y= x^2$
$y= -x^2 +18$
Puntos en Común **(-3,9) y (3,9)**

Ver Gráfico

Ecuación ==> $y= x^2$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
0	**0**	**No Tiene**	**(0,0)**

Ecuación ==> $y= -x^2 +18$			
Ord.	**R_1**	**R_2**	**Vértice**
18	$-3\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	**(0,18)**

Gráficos de las últimas 3 ecuaciones - Todos los ejercicios deben contener el Desarrollo Completo.