



Queda a cargo del alumno hacer la auto corrección de todos los ejercicios que deba resolver, para eso dispone del resultado en todos los casos. Los ejercicios resueltos y los videos, están para que el alumno los analice y entienda el procedimiento.

Recordemos


¿Qué es el mínimo común múltiplo (mcm)?

El mínimo común múltiplo (mcm) es el número positivo más pequeño que es múltiplo de dos o más números (simultáneamente).




Repacemos desde el comienzo:

- **Múltiplos de un número**, son todos aquellos que obtienes al multiplicar **el número** por otros números.

	Primer Ejemplo	Cálculo	Múltiplo
		$2 \times 1 =$	2
Calculemos los primeros cinco múltiplos del numero 2		$2 \times 2 =$	4
		$2 \times 3 =$	6
		$2 \times 4 =$	8
		$2 \times 5 =$	10

- **Ahora Veamos otro.**

	Segundo Ejemplo	Calculo	Múltiplo
		$3 \times 1 =$	3
Calculemos los primeros cinco múltiplos del numero 3		$3 \times 2 =$	6
		$3 \times 3 =$	9
		$3 \times 4 =$	12
		$3 \times 5 =$	15

- **Avancemos un poco más.** Ahora busquemos los múltiplos comunes a los números **2 y 3**.

Para que esto resulte mas claro, escribiremos en fila, primero los múltiplos de 2 y abajo, también en fila, los múltiplos de 3. (Un **múltiplo común**, es el múltiplo de dos o más números, y en todos al mismo tiempo)

Múltiplos de 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, ...
Múltiplos de 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ...

Una vez escritos algunos múltiplos de cada numero, marcaremos (para resaltar) los múltiplos comunes (que son múltiplos de ambos)

Múltiplos de 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, ...
Múltiplos de 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ...

Entonces, podemos decir que, los primeros múltiplos comunes de los números **dos y tres**, son: **6, 12, y 18**



Repaso - Mínimo Común Múltiplo

(Castelli Horacio P.)

Y si has comprendido hasta este punto, **ahora queda lo más fácil**. Encontrar el **mínimo común múltiplo "mcm"**, es decir, seleccionar el menor de todos los múltiplos comunes encontrados.

Finalmente, el mínimo común múltiplo entre 2 y 3 será 6. Y se escribe así: **mcm(2,3) = 6**

Debes saber, que hay otras formas para encontrar el **mínimo común múltiplo** entre dos o más números, quizás, la que veremos a continuación sea la más fácil y conocida, y consiste en descomponer en factores primos todos los números simultáneamente. Después simplemente multiplicamos los factores comunes.

Vamos a ver un ejemplo de esto, calculando el **mcm** de 12 y de 18.

12	18	2
6	9	2
3	9	3
<u>1</u>	3	3
	<u>1</u>	

$m.c.m(12,18) = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = \underline{36}$

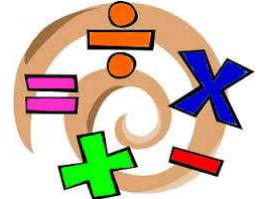


Así que el **mcm(12 , 18) = 36**

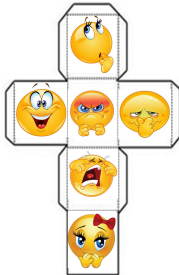
Videos Explicativos:

Si olvidaste lo explicado en clase, te recomiendo veas estos videos.		
Mínimo Común Múltiplo (mcm)		
A.	Primer video	https://youtu.be/txL1A_fyL5g
B.	Segundo Video	https://youtu.be/NRJdBgOEjdl

1) Resuelve los siguientes ejercicios: Encuentra el mínimo común múltiplo de los siguientes números. Para todos los ejercicios, deberás escribir en tu carpeta, el enunciado, y el ejercicio propuesto, también deberás realizar y escribir claramente todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Utiliza el método que mas fácil te resulte.



a) mcm(4, 6)=



	Múltiplos de 4	Múltiplos de 6
1	4 · 1 = 4	6 · 1 = 6
2	4 · 2 = 8	6 · 2 = 12
3	4 · 3 = 12	6 · 3 = 18
4	4 · 4 = 16	6 · 4 = 24
5	4 · 5 = 20	6 · 5 = 30
6	4 · 6 = 24	6 · 6 = 36

R: 12

Primero: ponemos los múltiplos de cada número, y luego, marco con **rojo** los múltiplos comunes. (12, 24, etc)

Finalmente tomo el menor, que en este caso es 12.

Ahora resolvamos nuevamente, pero esta vez, paso a paso y usando la forma explicada en clase.

Paso 1	4	6	Primero Escribimos los números a los que queremos buscar el mcm (mínimo común múltiplo)
Paso 2	4	6	2 Buscamos el número más pequeño que divide al primero de los dos números 4 y 6. En este caso, el primer número es 4 (cuatro) y el número mas pequeño que lo divide es el 2 (dos). Entonces en la ultima columna ponemos el 2, y



Repaso - Mínimo Común Múltiplo

(Castelli Horacio P.)

Paso 3	$\begin{array}{r} 4 \\ 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ 3 \\ \hline \end{array}$	<p>2 Dividimos cada uno de los números (el 4 y el 6) por el 2 (dos que pusimos en la última columna. Entonces: 4 dividido 2 es 2, por lo tanto ponemos 2 debajo del 4 6 dividido 2 es 3, por lo tanto ponemos 3 debajo del 6 Ahora repetimos todo, pero con los números que nos quedaron, el 2 (dos) y el 3 (tres)</p>
Paso 4	$\begin{array}{r} 4 \\ 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ 3 \\ \hline \end{array}$	<p>2 Buscamos el número más pequeño que divide al primero de los dos números 2 y 3. En este caso, el primer número es 2 (dos) y el número mas pequeño que lo divide es también el 2 (dos). Entonces en la ultima columna ponemos otro el 2, y</p>
Paso 5	$\begin{array}{r} 4 \\ 2 \\ 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ 3 \\ \hline \end{array}$	<p>2 Dividimos cada uno de los números que resultaron anteriormente (el 2 y el 3) por el 2 (dos que pusimos en la última columna. Entonces: 2 dividido 2 es 1, por lo tanto ponemos 1 debajo del 2 (y terminamos con la columna) 3 dividido 2 es NO S PUEDE, por lo tanto, bajamos el 3 dejándolo sin dividir Ahora repetimos todo, pero con los números que nos quedaron, el 2 (dos) y el 3 (tres)</p>
Paso 6	$\begin{array}{r} 4 \\ 2 \\ 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ 3 \\ \hline \end{array}$	<p>2 Buscamos el número más pequeño que divide al numero que nos queda, es decir 3. Y el número más pequeño que lo divide es el 3 (tres). Entonces en la ultima columna ponemos el 3, y</p>
Paso 7	$\begin{array}{r} 4 \\ 2 \\ 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ 3 \\ 1 \\ \hline \end{array}$	<p>2 La primer columna, ya la habíamos terminado porque llegamos a 1, por lo tanto nos queda la segunda columna, que tiene un 3 y ya sabemos del paso anterior que el numero mas pequeño que lo divide también es 3. Entonces.... 3 dividido 3 es 1, por lo tanto debajo del 3 de la segunda columna ponemos el 1 y como llegamos al 1 terminamos también con esa columna</p>
Paso 8	A continuación, multiplicamos los numero que encontramos en la ultima columna (así encontramos el mínimo común múltiplo) $mcm = 2 \times 2 \times 3 = 12$		

b) $mcm(6,8)$

Primero: ponemos los múltiplos de cada número, y luego, marco con rojo los múltiplos comunes.

Finalmente tomo el menor, que en este caso es 12.

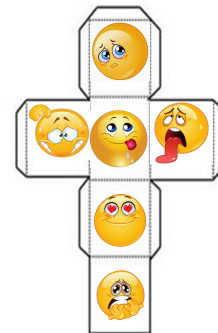
Mínimo común múltiplo:

$6 \times 1 = 6$	$8 \times 1 = 8$
$6 \times 2 = 12$	$8 \times 2 = 16$
$6 \times 3 = 18$	$8 \times 3 = 24$
$6 \times 4 = 24$	$8 \times 4 = 32$
$6 \times 5 = 30$	$8 \times 5 = 40$
$6 \times 6 = 36$	$8 \times 6 = 48$
$6 \times 7 = 42$	$8 \times 7 = 56$
$6 \times 8 = 48$	$8 \times 8 = 64$

edu fichas.com

m.c.m. (8, 6) = 24

R: 24



Repite el proceso usando la tabla y las divisiones vista anteriormente

c) $mcm(40,60)$

Resuelve repitiendo los mismos pasos del ejercicio anterior

R: 120

d) $mcm(12,15)$

Siempre deberás escribir en tu carpeta todos los pasos que hiciste para llegar al resultado.

R: 60



Repaso - Mínimo Común Múltiplo

(Castelli Horacio P.)

e) $mcm(13,11)$ $13 = (13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104, 117, 130, 143, 156, \dots)$ **R:** 143
 $11 = (11, 22, 33, \dots, 121, 132, 143, 154)$
MCM = 143



f) $mcm(9,15)$ Recuerda copiar siempre en tu carpeta, el número y ejercicio planteado. **R:** 45



g) $mcm(7,2)$ $7 = (7, 14, 21, \dots)$ **R:** 14
 $2 = (2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, \dots)$
MCM = 14



h) $mcm(16,18)$ Siempre deberás escribir en tu carpeta todos los pasos que hiciste para llegar al resultado. **R:** 144



i) $mcm(14,19)$ $14 = (14, 28, 42, \dots, 238, 252, 266, 280, \dots)$ **R:** 266
 $19 = (19, 38, 57, \dots, 228, 247, 266, 285)$
MCM = 266



j) $mcm(15,20)$ **R:** 60



k) $mcm(14,4)$ $14 = (14, 28, 42, \dots)$ **R:** 28
 $4 = (4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, \dots)$
MCM = 28



l) $mcm(180,324)$ Recuerda copiar siempre en tu carpeta, el número y ejercicio planteado. **R:** 1620



m) $mcm(21,24)$ $21 = (21, 42, 63, 84, 105, 126, 147, 168, 189, \dots)$ **R:** 168
 $24 = (24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, \dots)$
MCM = 168



n) $mcm(20,30)$ Siempre deberás escribir en tu carpeta todos los pasos que hiciste para llegar al resultado. **R:** 60



o) $mcm(9,6)$ $M(6) = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, \dots\}$ **R:** 18
 $M(9) = \{9, 18, 27, 36, 45, 54, \dots\}$



Repaso - Mínimo Común Múltiplo

(Castelli Horacio P.)

2) **Resuelve los siguientes ejercicios:** Encuentra el mínimo común múltiplo de los siguientes números. Para todos los ejercicios, deberás escribir en tu carpeta, el enunciado, y el ejercicio propuesto, también deberás realizar y escribir claramente todos los pasos necesarios para llegar al resultado. Utiliza el método que mas fácil te resulte.



a) $mcm(8,10,20) =$



8	10	20	2
4	5	10	2
2	5	5	2
1	5	5	5
	1	1	

El m.c.m. = $2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$

R: 40

Siempre deberás escribir en tu carpeta todos los pasos que hiciste para llegar al resultado

b) $mcm(3,27,81) =$

R: 81

c) $mcm(14,21,35) =$

Recuerda copiar siempre en tu carpeta, el número y ejercicio planteado.

R: 210

d) $mcm(2,3,5) =$

R: 30

e) $mcm(5,6,4) =$

Recuerda se corregirá el proceso que utilizas para llegar al resultado.

El alumno debe realizar auto corrección.

5	6	4	2
5	3	2	2
5	3	1	3
5	1		5
1			

El m.c.m. = $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 60$

R: 60



f) $mcm(10,100,1000)$

R: 1000

g) $mcm(72,81,126)$

R: 4536

h) $mcm(2,3,4)$

Siempre deberás escribir en tu carpeta todos los pasos que hiciste para llegar al resultado.

R: 12

i) $mcm(12,18,1)$

R: 36

j) $mcm(20,50,100)$

20	50	100	2
10	25	50	2
5	25	25	5
1	5	5	5
	1	1	

El m.c.m. = $2 \times 2 \times 5 \times 5$

El m.c.m. = 100

R: 100

Recuerda copiar siempre en tu carpeta, el número y ejercicio planteado.

k) $mcm(16,28,48)$

R: 336



Repaso - Mínimo Común Múltiplo

(Castelli Horacio P.)

l) $mcm(72,108,60)$



72	108	60	2
36	54	30	2
18	27	15	2
9	27	15	3
3	9	5	3
1	3	5	3
	1	5	5
		1	

$$m.c.m(72, 108, 60) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 1080$$

R: 1080

Recuerda se corregirá el proceso que utilizas para llegar al resultado.

El alumno debe realizar auto corrección.



m) $mcm(33,88,121)$

R: 2904



n) $mcm(160,280,480)$

R: 3360



o) $mcm(63,49,57)$

R: 8379



p) $mcm(4,6,9)$

Siempre deberás escribir en tu carpeta todos los pasos que hiciste para llegar al resultado.

4	6	9	2
2	3	9	2
1	3	9	3
	1	3	3
	1	3	3
		1	

El m.c.m. = 2 x 2 x 3 x 3

El m.c.m. = 36

R: 36



q) $mcm(100,150,325)$

R: 3900

Problemas de Mínimo Común Múltiplo

(Lenguaje coloquial)

3) **Resuelve los siguientes ejercicios:** A todos los ejercicios, los deberás escribir en tu carpeta, (el enunciado, y el ejercicio propuesto), y deberás escribir claramente todos los pasos necesarios para llegar al resultado.

a) En una calle se están instalando dos semáforos: uno de ellos se pondrá en verde cada 3 minutos y el otro, cada 5 minutos. Una vez comiencen a funcionar los semáforos, ¿cuánto tiempo tardarán en ponerse en verde al mismo tiempo por primera vez?



R: 15



b) Tres luces se encienden a intervalos, la primera cada 12 segundos, la segunda cada 15 segundos y la tercera cada 18 segundos.

R: 180

Si al comenzar, las tres se prenden juntas, cuanto tiempo después, nuevamente prenderán las tres juntas.



c) Susana y Alejandro viajan a la ciudad de Córdoba por trabajo y de paso, se encuentran para distribuir sus tareas.

R: 42

Pero Susana viaja cada 21 días y Alejandro cada 14 días. ¿Cada cuantos días se encuentran?





Repaso - Mínimo Común Múltiplo

(Castelli Horacio P.)

- d) Tres alumnos comienzan a contar juntos, Paula cuenta de 8 en 8, Pedro de 10 en 10 y Patricia de 12 en 12. Cual será el primer número en el que los tres coincidirán?



R: 120



- e) En una obra, tres camiones con tres recorridos distintos, inician juntos el trabajo, y regresan a cargar nuevamente. El primero completa el recorrido y recarga cada 40 minutos, el segundo cada 60 minutos y el tercero cada hora y media. Cuantos minutos pasaran para que nuevamente inicien juntos el recorrido? y horas?

R: 360



- f) En una fabrica, el proveedor de alambres entrega sus productos cada 8 días y el proveedor de tornillos cada 14 días. Se sabe que **15 días atrás**, ambos proveedores entregaron las mercaderías el mismo. Calcular **cuantos días faltan** para que entreguen sus productos el mismo día otra vez.

R: 41

En este ejercicio, lee tranquilo y entiende bien lo que dice el enunciado



- g) En una estación de trenes cargan los vagones con productos agrícolas. Al tren que transporta trigo lo cargan puntualmente cada 18 horas, al que transporta maíz lo cargan cada 27 horas y otro que transporta ganado vacuno cada 30 horas.



R: 270

¿Cada cuantas horas se encontrarán los tres trenes en la estación simultáneamente mientras los cargan?



- h) En una banda compuesta por un baterista, un guitarrista, un bajista y un saxofonista hacen sonar sus instrumentos. El baterista toca en lapsos de 8 tiempos, el guitarrista en 12 tiempos, el bajista en 6 tiempos y el saxofonista en 16 tiempos. Si todos empiezan al mismo tiempo. ¿En cuántos tiempos sus periodos volverán a coincidir?

R: 48



- i) En una maquina, al prenderse comienzan a moverse sus tres engranajes, y sabiendo que, el primero completa una vuelta cada 4 segundos. El segundo cada 6 segundos y el tercero cada 15 segundos. Cuanto tiempo tardaran en iniciar nuevamente juntos?

R: 60



- j) En un hospital, un paciente, comenzó a tomar hoy a las 10:30 de la mañana, tres medicamentos. El primero se toma cada 45 minutos, El segundo cada 72 minutos, y el tercero, cada dos horas. ¿A qué hora coincidirán por primera vez los tres medicamentos? Y la segunda vez?

R: 16:30hs

El paciente deberá tomar los tres remedios juntos cada 360 minutos, es decir cada 6 horas. Entonces si comenzó a las 10:30, le sumamos 6 horas y encontramos que deberá tomar nuevamente los tres medicamentos juntos a las 4:40 de la tarde o dicho de otra forma, a las 16:30 horas.





Repaso - Mínimo Común Múltiplo

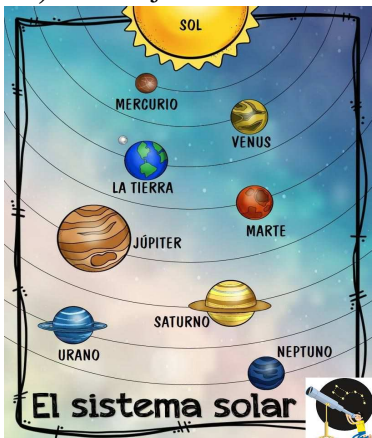
(Castelli Horacio P.)

- k) En una maquina, al prenderse comienzan a moverse sus tres engranajes, y sabiendo que, el primero completa una vuelta cada 4 segundos. El segundo cada 6 segundos y el tercero cada 15 segundos. Cuanto tiempo tardaran en iniciaran nuevamente juntos?

R: 60



- D) Viajemos durante unos minutos por nuestro sistema solar.



Sabías que recientemente, se han realizado muchos descubiertos de nuestro sistema solar?.

A: ¿?

B: ¿?

C: ¿?

Ahora datos reales de algunos planetas: el planeta Mercurio tarda 88 días terrestres en dar una vuelta alrededor del Sol. El planeta Venus tarda 225 días en completar su órbita.

Entonces deberás responder:

- a)- Si Mercurio y Venus están alineados con el Sol, ¿cuánto tardará en producirse nuevamente esta alineación?
- b)- Si Venus y la Tierra está alineados, ¿dentro de cuántos días volverán a estarlo?
- c)- Si los tres planetas están alineados en un momento dado, ¿cuánto tiempo pasará hasta que los tres planetas vuelvan a coincidir?



- m) Dos motos que se dedican a realizar repartos, Tienen recorridos idénticos e inician juntas cada jornada laboral. Sabiendo que sus recorridos son fijos y bien cronometrados, se pide calcular, cada cuanto tiempo iniciarán el recorrido juntas, si una completa el recorrido en 70 minutos, y la otra en 80 minutos.

R: 560



- n) Tres costureras se juntan par hacer frazadas CUADRADAS con recortes de tela que tienen 10 centímetros de ancho por 12 centímetros de largo. No quieren romper ningún recorte de tela, y los deben colocar siempre de la misma forma, con el lado mayor en la base. **Se quiere saber:**
- 1)- ¿Cuáles serán las dimensiones de cada lado en la frazada más pequeña que podrán hacer?
 - 2)- ¿Cuántos recortes de tela tendrá la base?
 - 3)- ¿Y la altura?
 - 4)- ¿Cuántos recortes habrá en total en cada frazada?
 - 5)- **Y para finalizar**, si hicieran más grande cada frazada, cual será el próximo tamaño que podrían hacer una frazada cuadrada, usando el mismo tipo de recortes de tela?

R₁: 60

R₂: ¿?

R₃: ¿?

R₄: ¿?

R₅: ¿?



- o) Desde una orilla del río, cruza una lancha cada 20 minutos, y un bote a remos cada 15 minutos. Si a las 9:00 de la mañana comenzaron juntos, **a que hora iniciarán juntos nuevamente?**

R: 10hs



Repaso - Mínimo Común Múltiplo

(Castelli Horacio P.)

Explicación del resultado: Si realizas los cálculos encontraras que iniciarán juntos cada 60 minutos.

Entonces si comenzaron a las 9 de la mañana, comenzaran nuevamente juntos a las 10 de la mañana, y a las 11, etc.

